

東北大学大学院情報科学研究科  
純粋・応用数学研究センター

情報数理談話会のお知らせ

日 時： 2023年10月16日(火) 14:40 より 15:40 まで

場 所： 東北大学大学院情報科学研究科棟 2階大講義室

講演者： 須田 庄 氏 (防衛大学校総合教育学群)

題 目： Block designs from signed graphs with few distinct eigenvalues

[概要] Frankl, Füredi (Discrete Mathematics 1984) により、次の問いが提案されている。 $n, r$  を自然数とする。 $(V, E)$  を  $|V| = n, E \subset \binom{V}{r}$  となるハイパーグラフであって、 $V$  の任意の  $r+1$  点を含む辺は0個か2個とする。このとき、 $|E|$  の最大値を決定せよ。

この問いに関して、 $r=2$  の場合は Mantel の定理により最大値が決定され、 $r=3$  の場合は Frankl, Füredi により最大値のみならずそのような性質をもつ (最大値を取るとは限らない) ハイパーグラフの構造も決定されている。 $r=4$  の場合は Gunderson, Semeraro (JCTB 2017) により、辺数が最大となるハイパーグラフを Paley tournament を用いて構成された。本講演では、Gunderson, Semeraro の構成を skew Hadamard matrix に拡張し、skew Hadamard matrix 予想 (任意の自然数  $4n$  に対して、位数が  $4n$  の skew Hadamard matrix が存在する) が正しければ、 $r=4$  の場合の Frankl, Füredi の問題が解決されることを紹介する。主結果は、上記のハイパーグラフの構成を含む形で、符号付きグラフの隣接行列であって、相異なる固有値の個数が少ない行列からブロックデザインが得られることである。この手法により、ある種の条件を満たせばアソシエーション・スキーム上の PBIBD や regular pairwise balanced design が構成されることも紹介する。この研究は Nanyang Technological University の Gary Greaves との共同研究に基づく。