おおさき産業フェア2014
気軽に楽しめるセミナー「おおさきサイエンスサロン」

チャンスの法則
確率から見える世界

2014年10月24日（金）13:00～14:00

東北大学情報科学研究科
尾畑伸明

東北大学（1907 年創立）

学部学生	11000 名
博士前期課程（修士課程）	4100 名
博士後期課程（博士課程）	2600 名
教員	3200 名
事務・技術職員	3200 名
計	24100 名

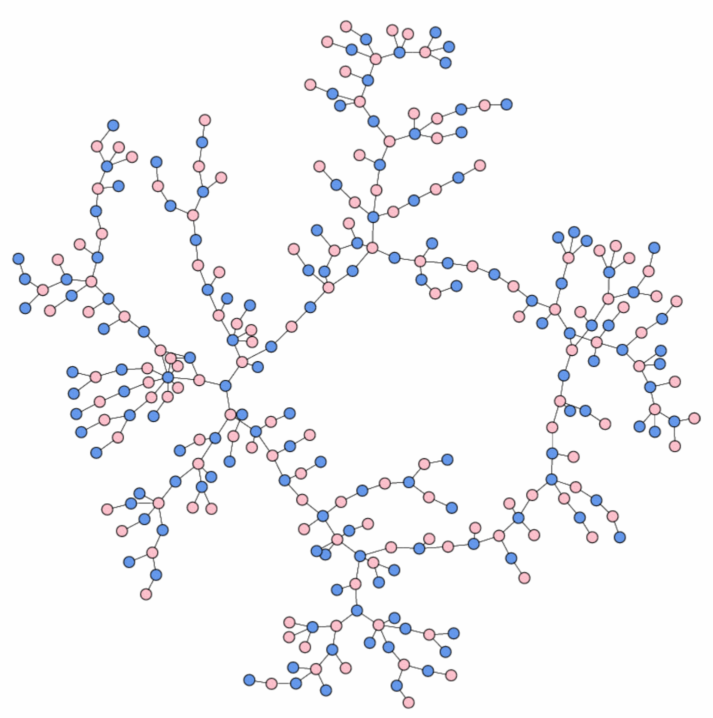
青葉山キャンパス

情報科学研究科
1993年設立　大学院だけ（独立大学院）

博士前期課程（修士課程）	300 名
博士後期課程（博士課程）	100 名
教員	85 名
事務・技術職員	12 名

情報科学研究科では何を学ぶの？
何を研究するの？

- ✓ iPhone, iPad ？
- ✓ インターネット？
- ✓ コンピュータ？
- ✓ グラフィックスやゲーム？



自然科学系としての情報科学

数理モデルによる理論解析

工学系分野としての情報科学

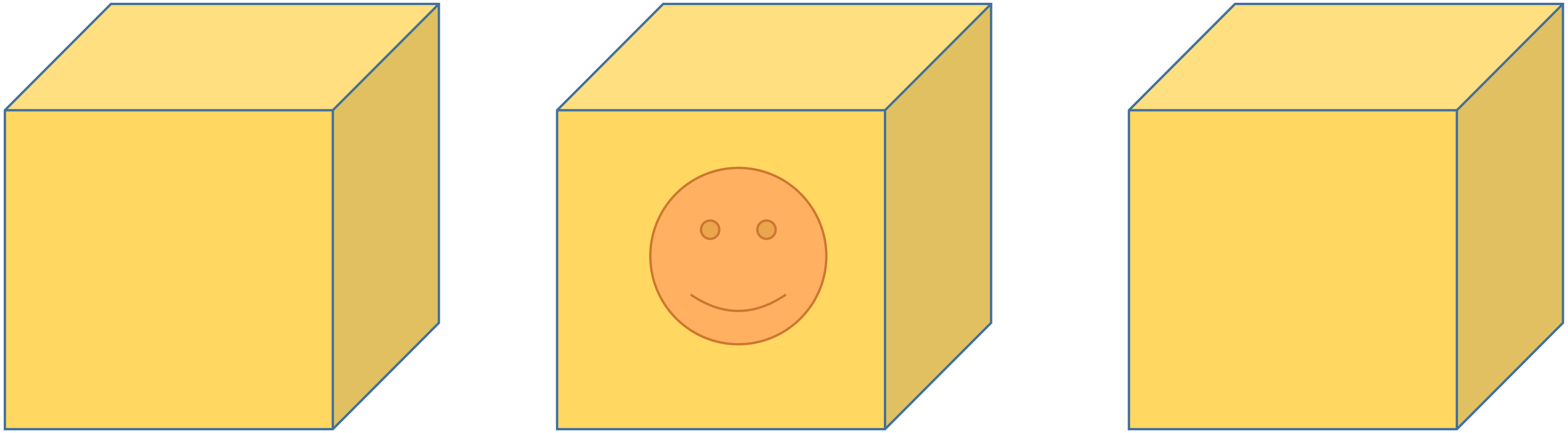
通信技術など実学

人文・社会科学系としての情報科学

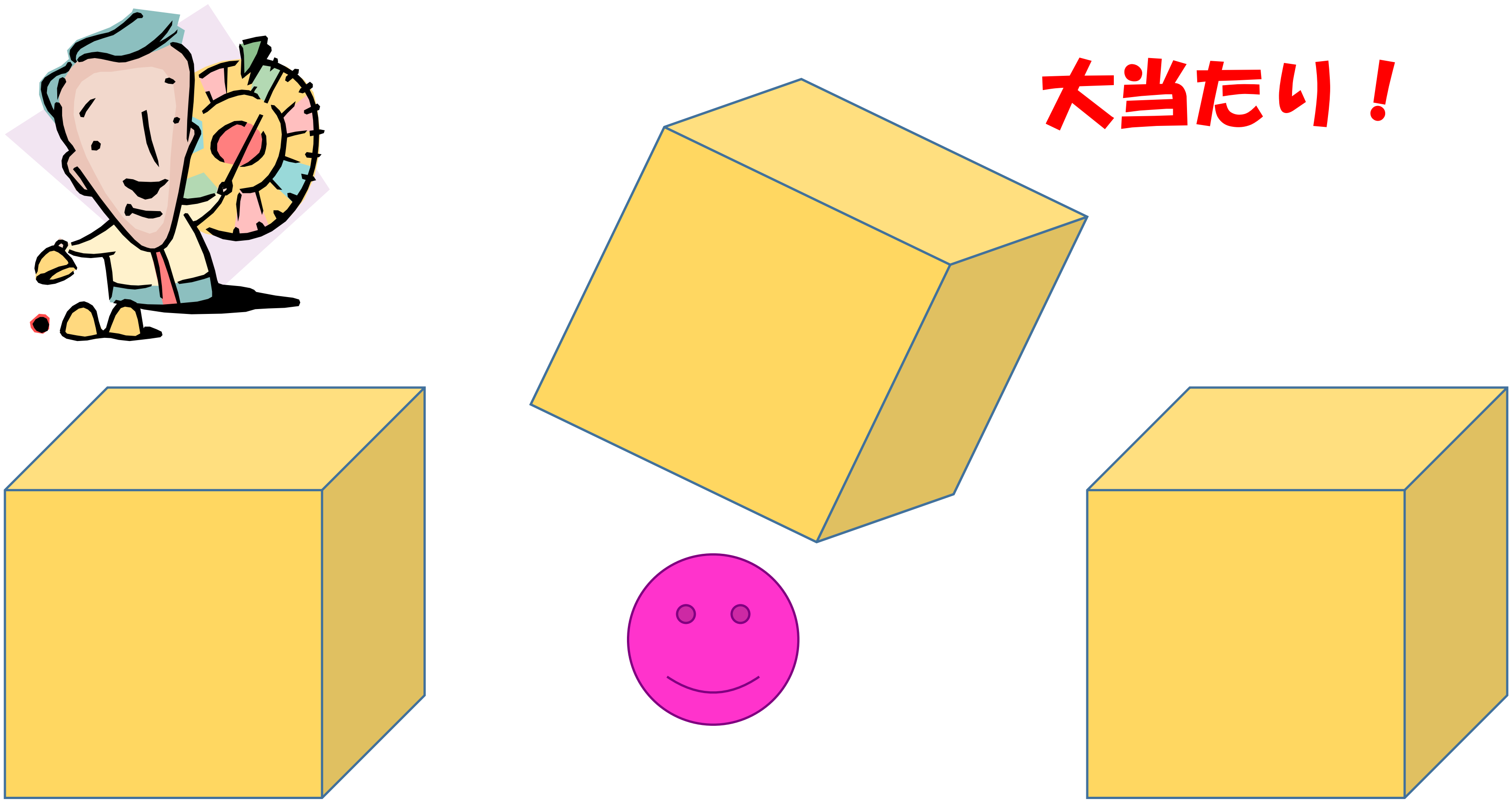
メディア文化、社会への影響

確率解析
数学的研究

モンティ･ホールのジレンマ

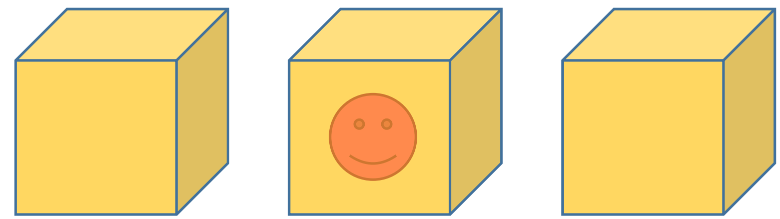


モンティ・ホールのジレンマ

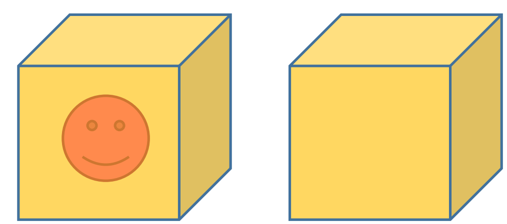


モンティ・ホールのジレンマ

1．箱を1つ選ぶ（3者択一）



2．ヒント：外れ箱を1つ教えてもらう



3．もう一度、箱を選ぶ（2者択一）

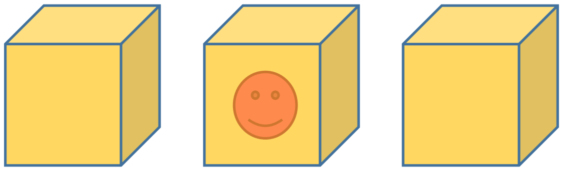
選んだ箱を変える？変えない？

モンティ・ホールのジレンマ

実　演

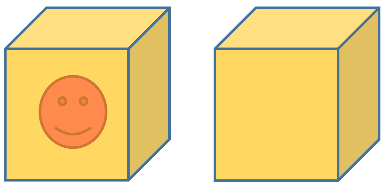
モンティ・ホールのジレンマ

1．箱を1つ選ぶ（3者択一）



2．ヒント：外れ箱を1つ教えてもらう

3．もう一度、箱を選ぶ（2者択一）
選んだ箱を変える？変えない？



絶対確実は望めない

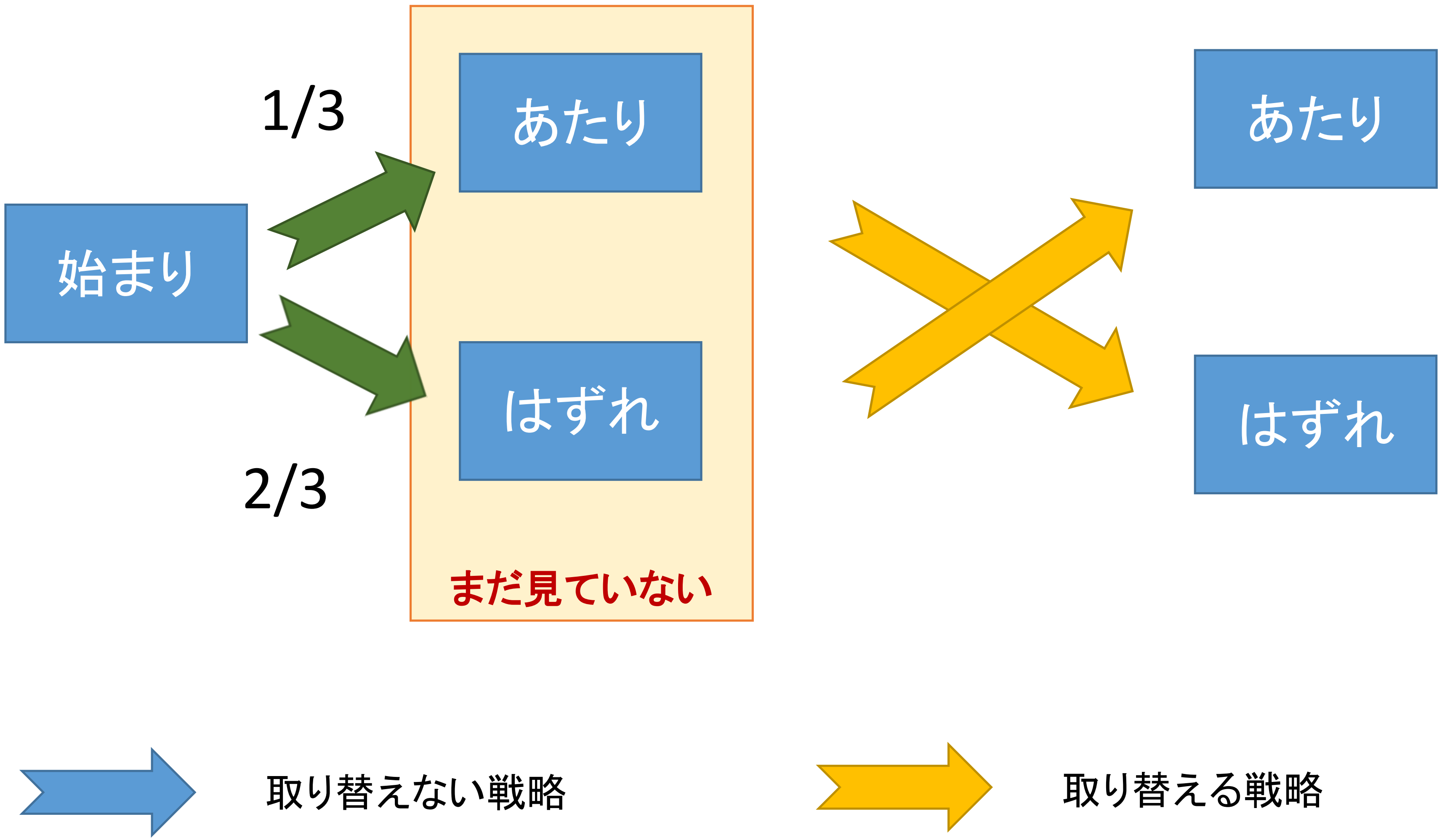
可能性の高い方に賭けるのがよい

モンティ・ホールのジレンマ

- 可能な場合をきちんと分類
- 可能性を数値化する＝確率論

	あたり	はずれ
選択を変えない （初志貫徹）		
選択を変える		

モンティ･ホールのジレンマ



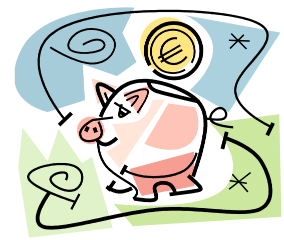
モンティ･ホールのジレンマ

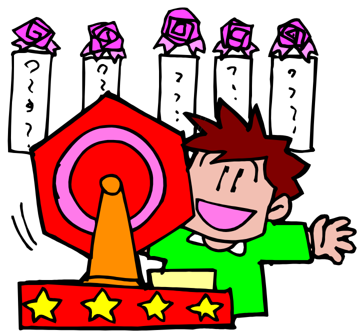
確率論を使うと

	あたり	はずれ
選択を変えない（初志貫徹）	1/3	2/3
選択を変える	2/3	1/3

確率＝可能性の数値化

- 降水確率
- くじ, 賭け
- 地震
- 事故
- 倒産
- 生存・死亡





1. 起こりうるすべての場合を網羅して、
2. 問題の事象 E が全体 Ω の中に占める割合が確率

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}$$

確率＝可能性の数値化

- ダイス3個を投げて1が出れば君の勝ち。

$$|\Omega| = 6^3 = 216$$

3個とも1以外が出る: $5^3 = 125$

1が出る: $216 - 125 = 91$

- 勝つ確率は？

$$P = \frac{91}{216} = 0.421\ldots$$

- 3連勝する確率は?

$$P = \left(\frac{91}{216}\right)^3 = 0.0747\ldots$$

確率論のルーツ

～確率論は比較的新しい～

ジェロラモ・カルダーノ（1501-76）

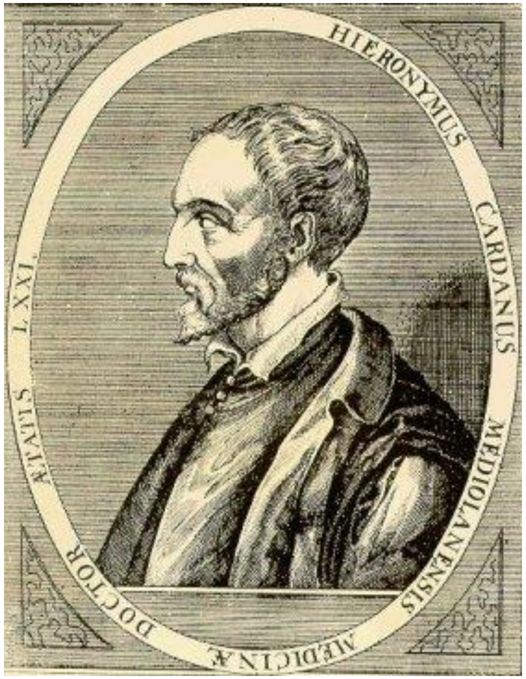
著書『サイコロ遊びについて』

（1560年代に執筆、発行は1663年）

- ✓ サイコロ賭博に関する初めての理論的な手引き書
- ✓ 「確からしさ」(favourable)を把握
- ✓ ダイス3個を投げて1が出れば勝ち．3連勝する確率は?

「ギャンブラーにとっては、全くギャンブルをしないことが最大の利益」

ジェロラモ・カルダーノ（1501-76）



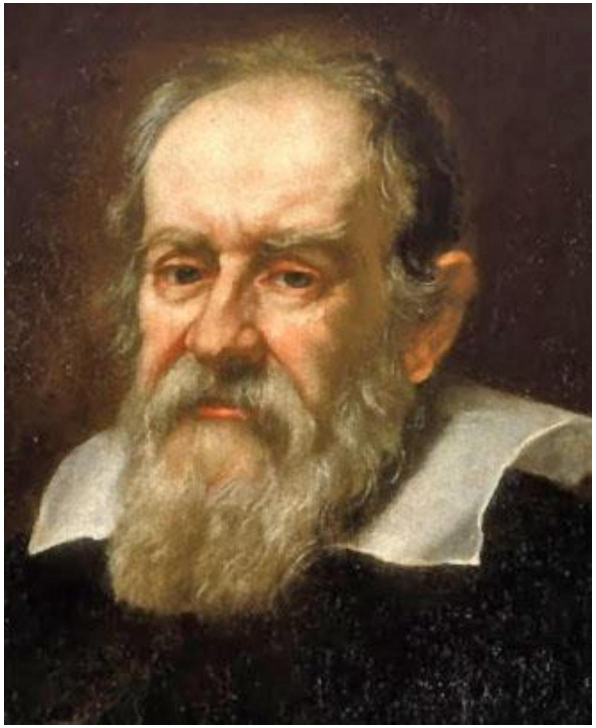
- ルネサンスの万能人
- ジェロラモの父親はレオナルド・ダ・ヴィンチの友人
- パヴィア大学に入学（1520）して医学を学ぶ
- 父を亡くす、ギャンブルで生活費を稼ぐ
- 難しい性格、定職なし
- 最終的には有能な医者、腸チフスの発見者
- パヴィア大学の医学教授（1543）
- 本業は?　医者、占星術師、賭博師

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Jer%C3%B4me_Cardan.jpg

確率論のルーツ

～確率論は比較的新しい～

ガリレオ（1564-1642）



親しい賭博師からの質問

「3つのサイコロを同時に投げた時の和について、

9になるのも10になるものともに6通りであるが、
10に賭けるほうが有利なようなのだが、どうなのか？

9=1+2+6	10=1+3+6
=1+3+5	=1+4+5
=1+4+4	=2+2+6
=2+2+5	=2+3+5
=2+3+4	=2+4+4
=3+3+3	=3+3+4

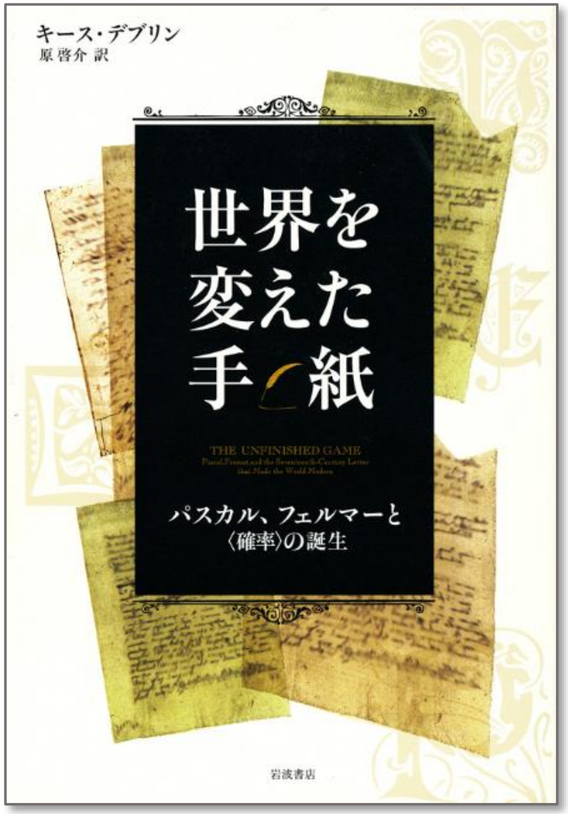
P(9) = 25/216　P(10)=27/216　差は 2/216 = 0.009

http://www.nmm.ac.uk/mag/pages/mnuExplore/ViewLargeImage.cfm?ID=BHC2700

確率論のルーツ

～確率論は比較的新しい～

フェルマ（1607?-65）とパスカル（1623-62）



貴族からの質問に答えるために、数回にわたり文通
有名なのは、「賭けを中断したときの賞金の分配問題」

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/PictDisplay/Fermat.html
http://www.thocp.net/biographies/pascal_blaise.html

確率論のルーツ

～確率論は比較的新しい～

● 江戸時代に発達した和算に確率はあったか？

- たぶん無い、和算では主に算術が発展
  【確率論の画期的なところ】
  これからこれから起こることに対して可能性を数値化する
- このような考え方を取り込むのは困難だったと思われる

● いつ日本に入ってきたのか？

- 明治時代、欧米列強に伍してゆくために科学技術を輸入
  ドイツ流の確率統計学が輸入された
- 陸軍士官学校編『公算学』（1888年）
  日本初の確率統計の教科書

関孝和(1642-1708)

● サイコロはいつごろからあるのか？

- エジプトの第一王朝時代（BC3500年頃）の遺跡から発掘
- 古代ギリシアでは、2～3個のサイコロ賭博が非常に盛ん（特に上流階級の宴席）
- サイコロの目の出方は人智を超える ⇒ 神のお告げとして宗教儀式（占い）
- 「デタラメ」の語源＝「出た目」

くじ引き＝賭博　　おみくじ＝占い

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history

大数の法則

数学世界

確率は理論的な比率

コイン投げで表が出る
確率は 1/2

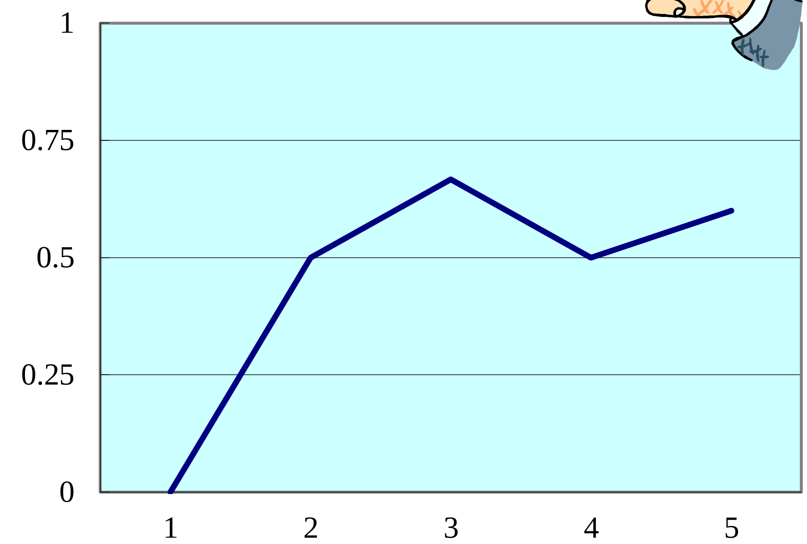
現実世界への応用

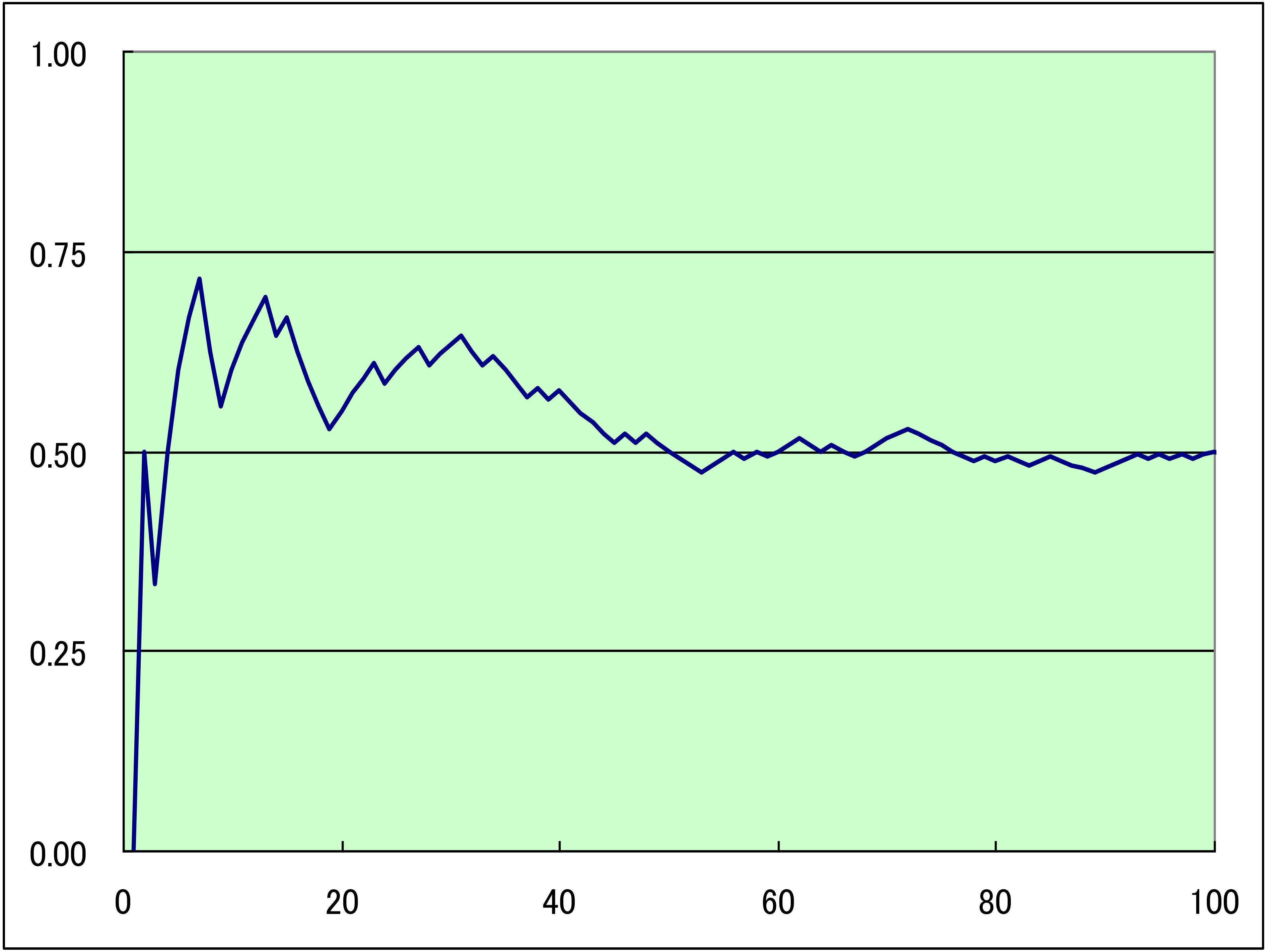
確率はどうしたら見えるか？

同一条件下での繰り返し実験

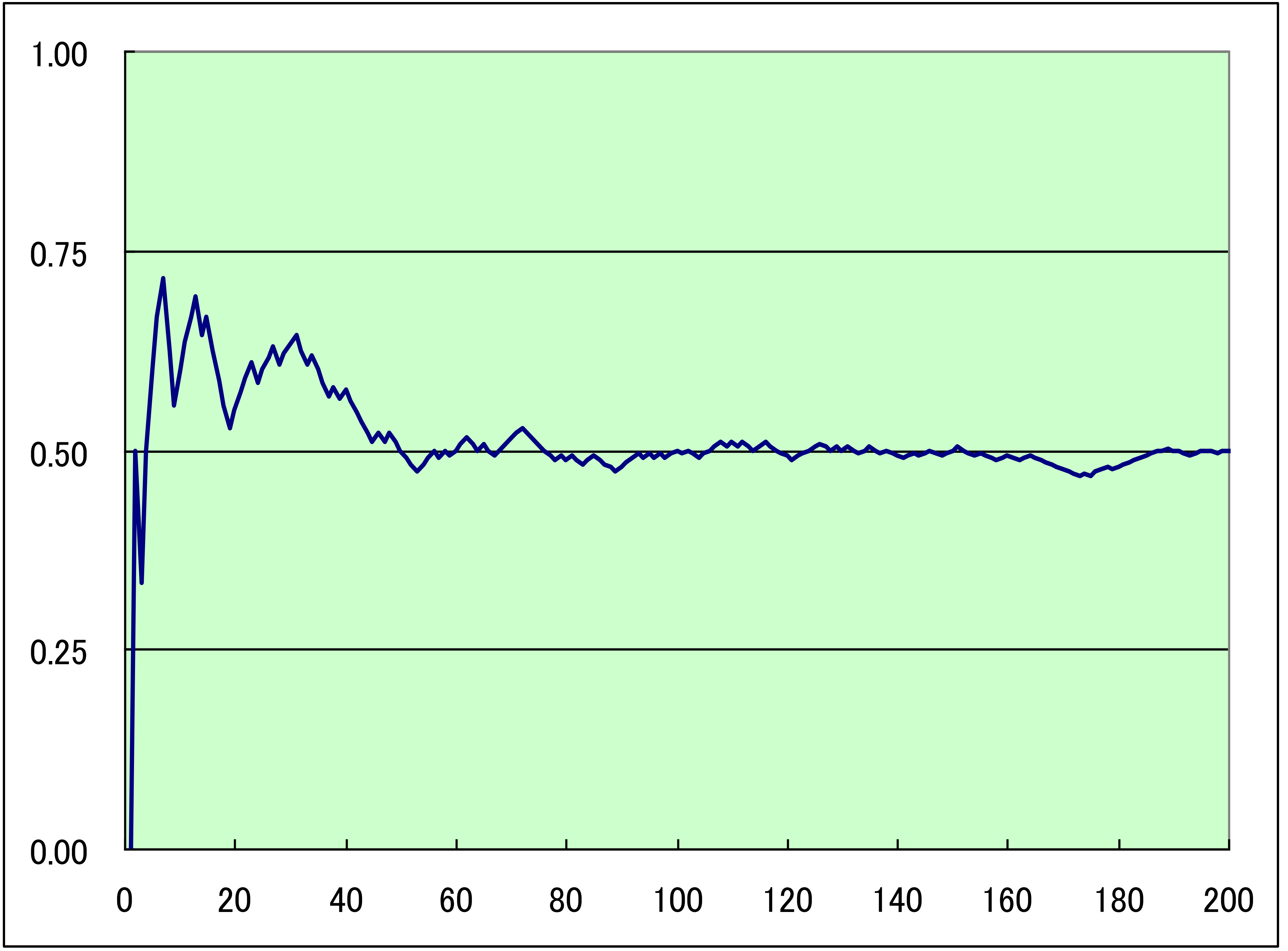
コイン投げで表の出る頻度

回数	1	2	3	4	5
結果	×	○	○	×	○
相対頻度	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{5}$

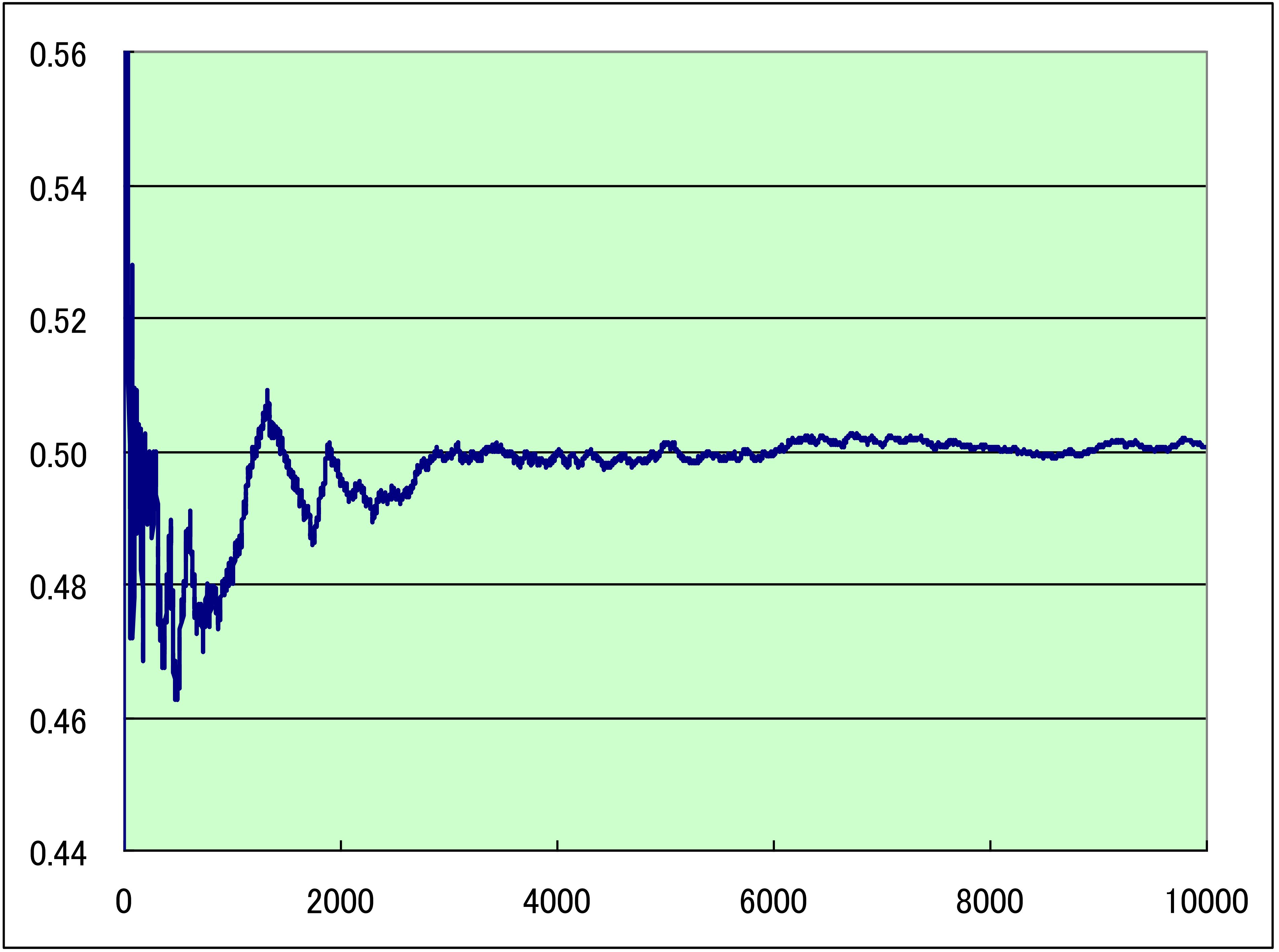




1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
0
20
40
60
80
100

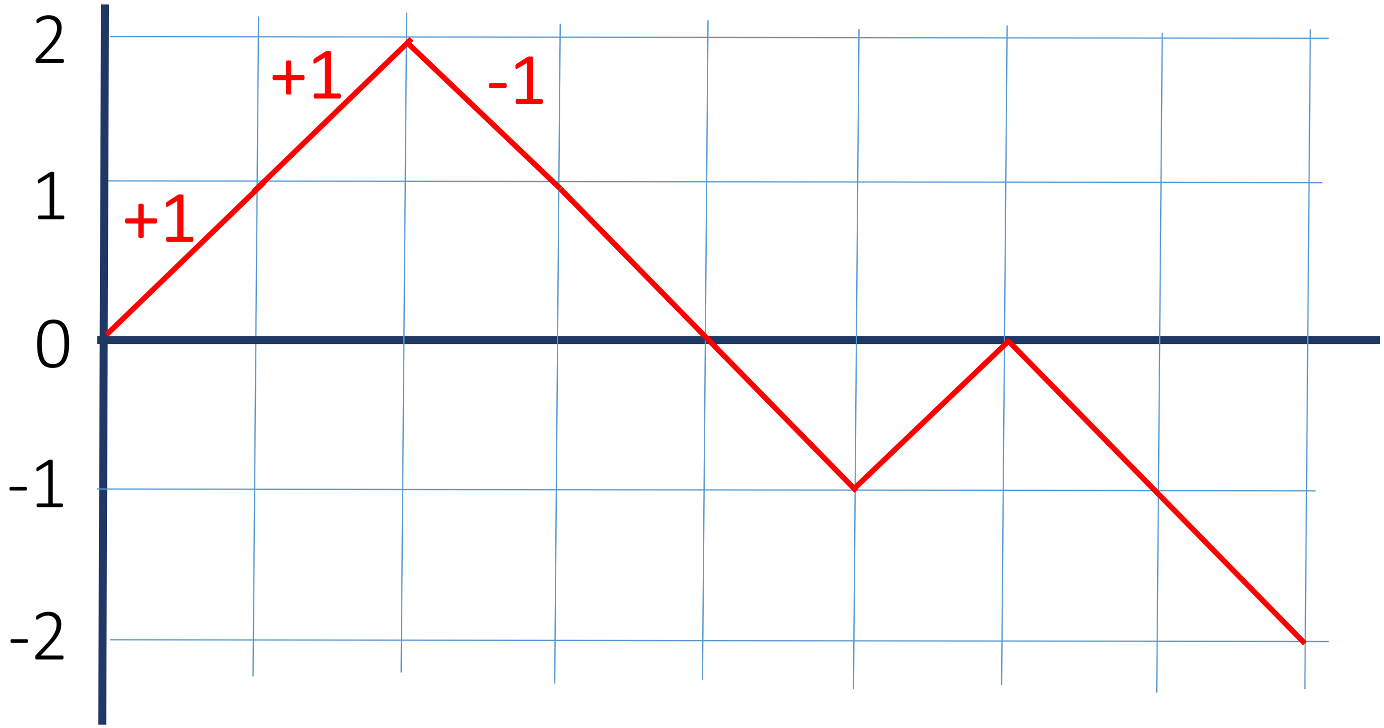


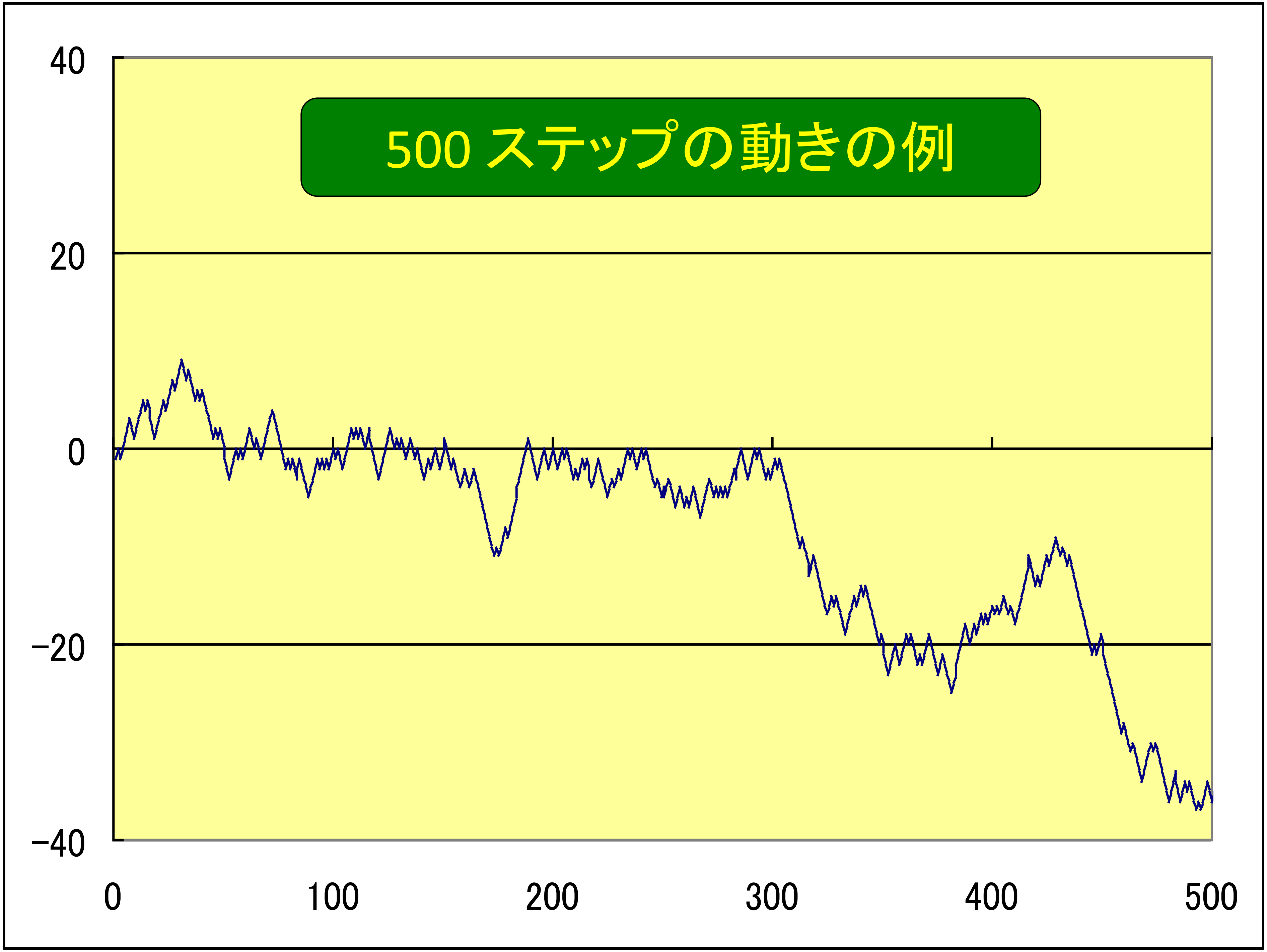
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200

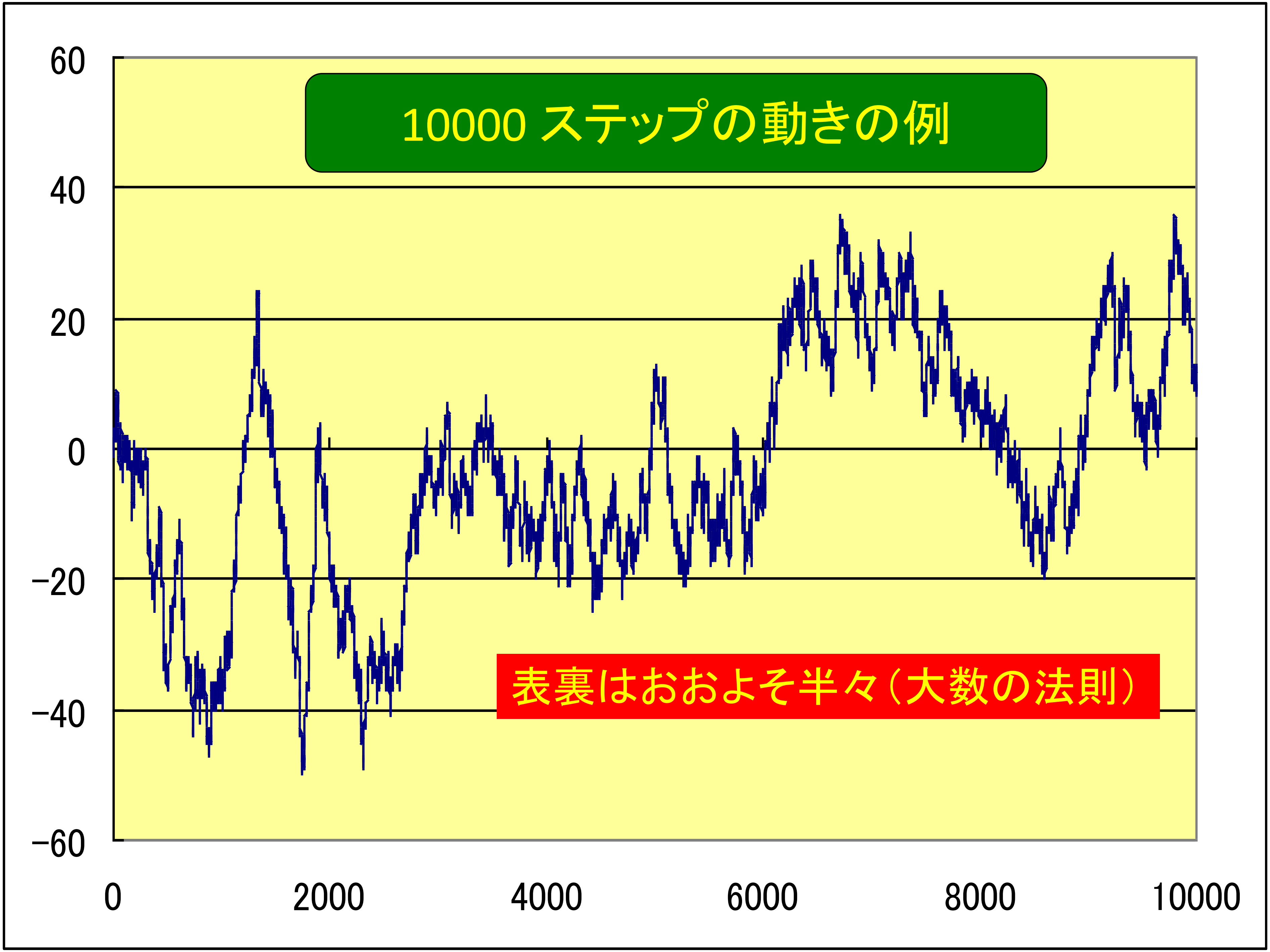

0.56
0.54
0.52
0.50
0.48
0.46
0.44
0
2000
4000
6000
8000
10000

ランダム・ウォーク

1. コインを投げて表なら ＋1 点、裏なら −1 点
2. コインを投げ続けて得点の経緯を記録

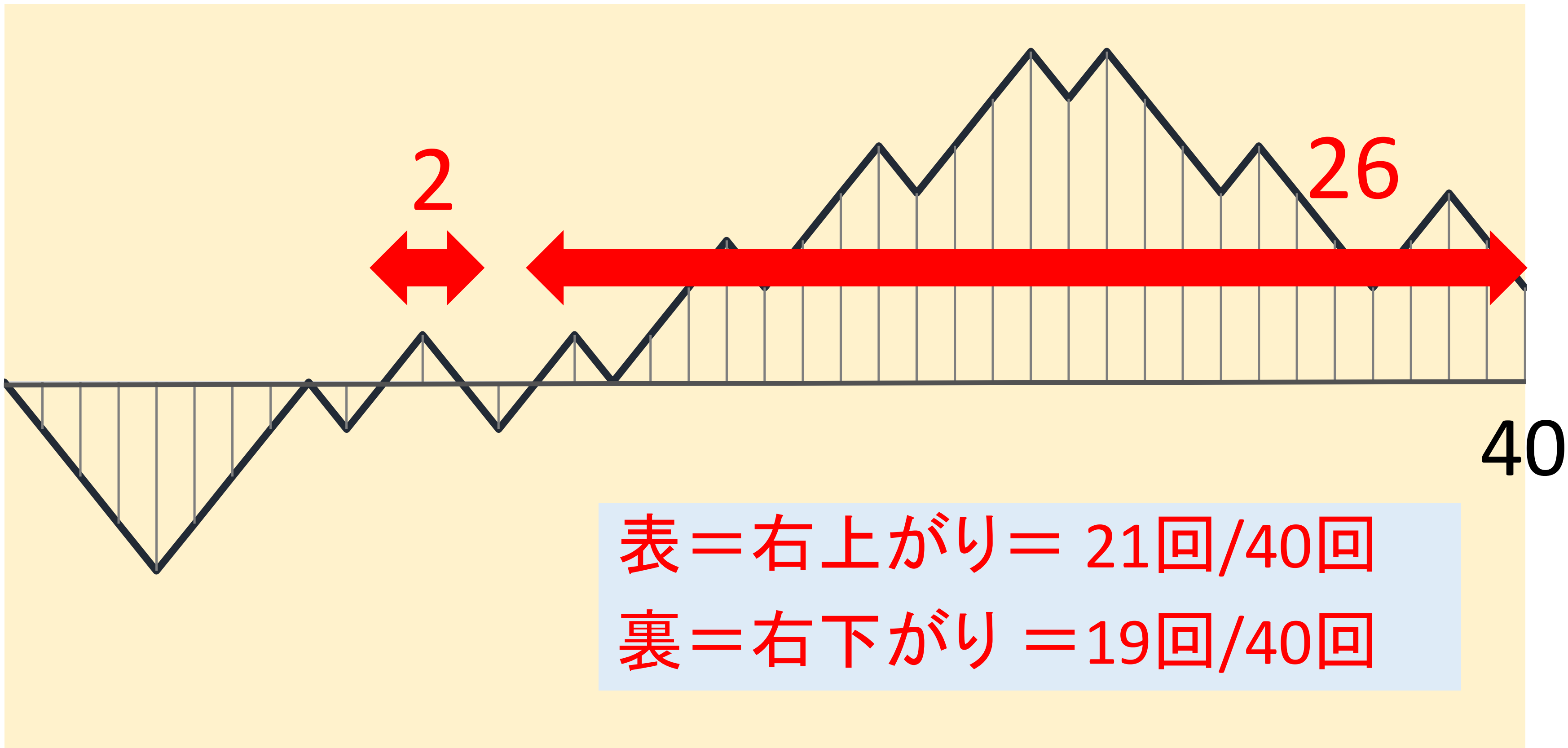



500 ステップの動きの例
40
20
0
−20
−40
0
100
200
300
400
500

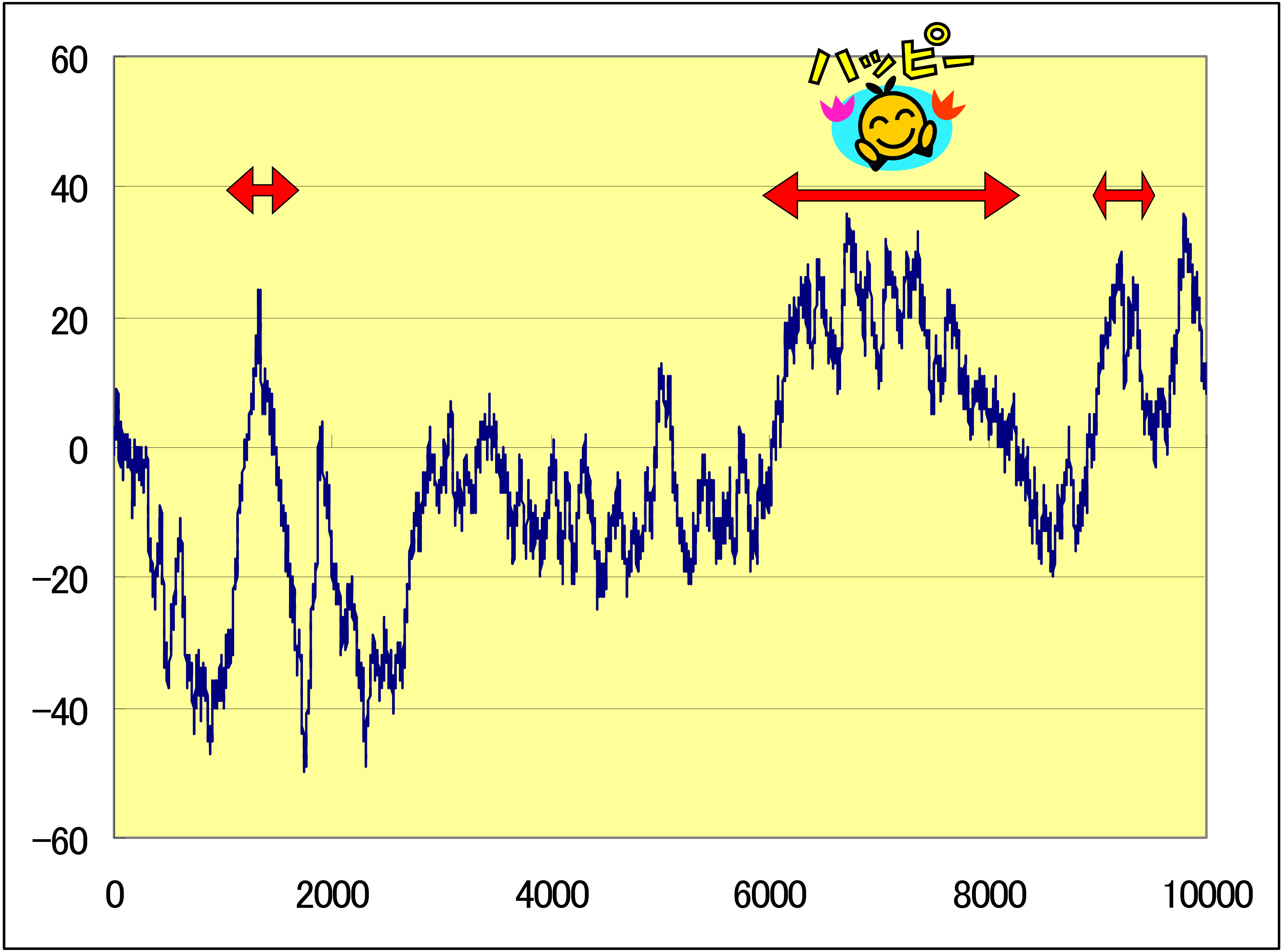


10000 ステップの動きの例
表裏はおおよそ半々（大数の法則）
60
40
20
0
−20
−40
−60
0
2000
4000
6000
8000
10000

ツキの数理



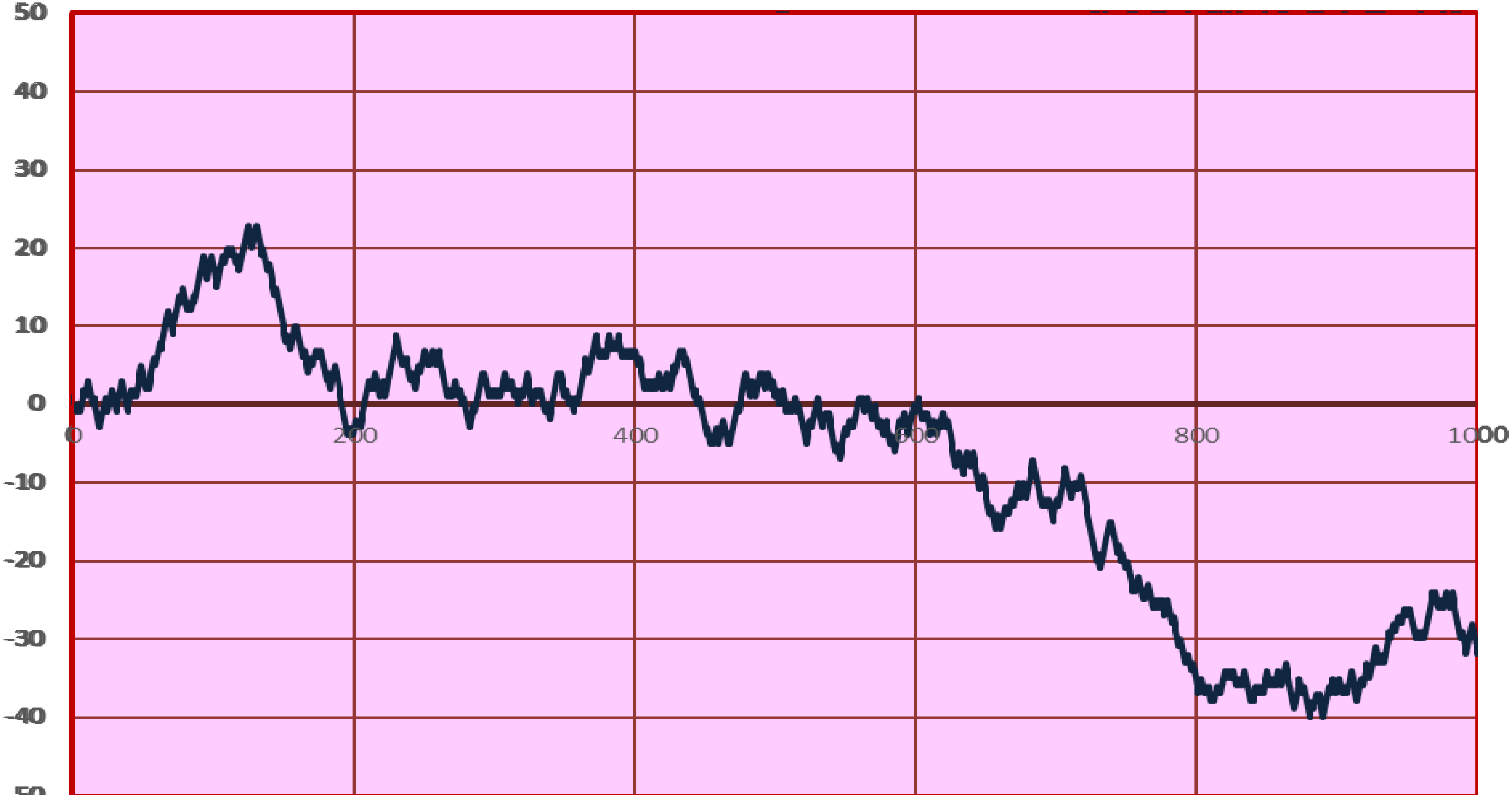
「幸福な時間」はどれくらいあったか？　28回/40回



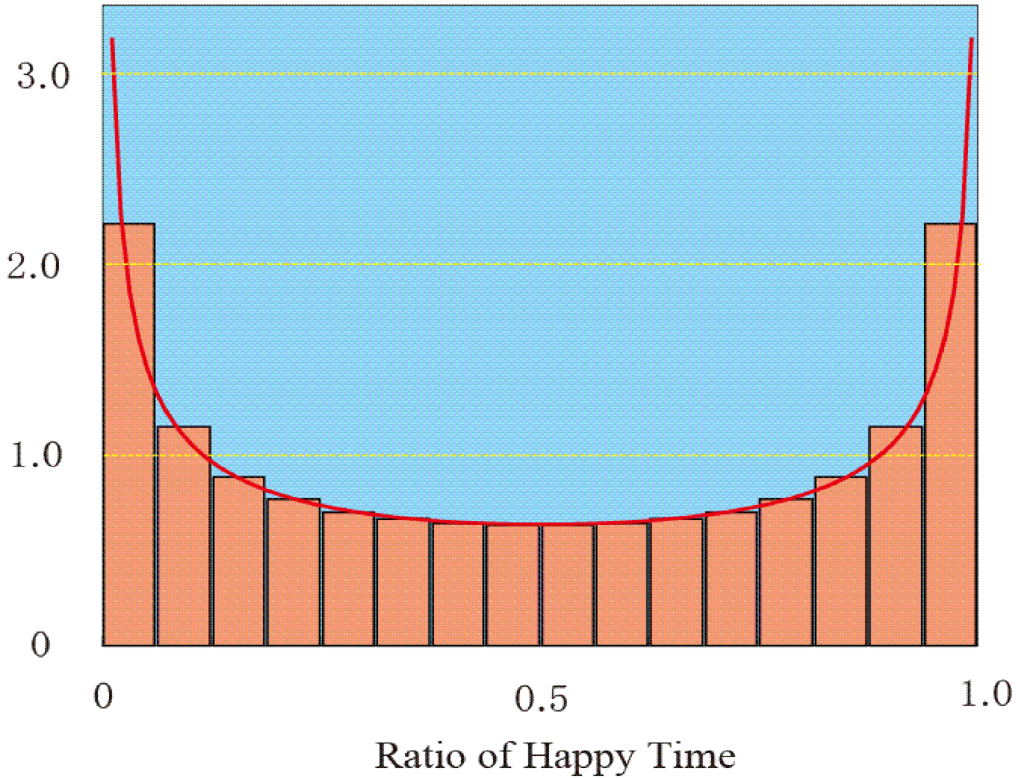
ハッピー
60
40
20
0
−20
−40
−60
0
2000
4000
6000
8000
10000

ツキの数理

1000 回のシミュレーション（6例）



ツキの数理



逆正弦則
（アークサイン則）

フェラー
『確率論とその応用』
（1950）

30回のコイントスにおける幸福な時間とその確率

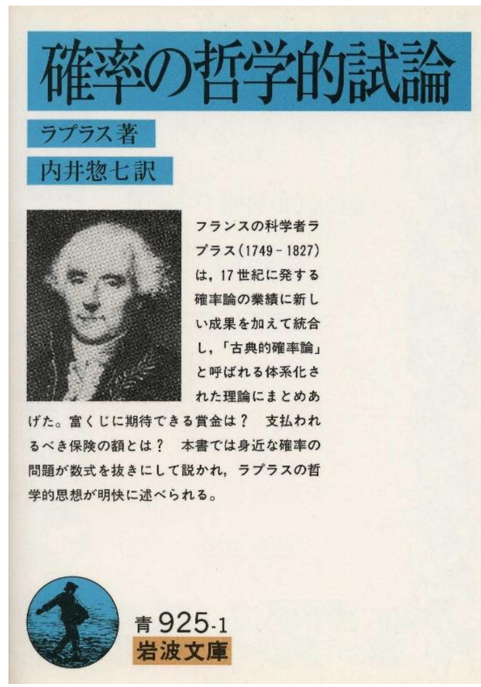
確率は本当に必要か？

解析的確率論　＝ 微積分との融合（無限 ∞ の利用）

J. ベルヌーイ

(1654-1705)

大数の法則の証明



ラプラス

(1749-1827)

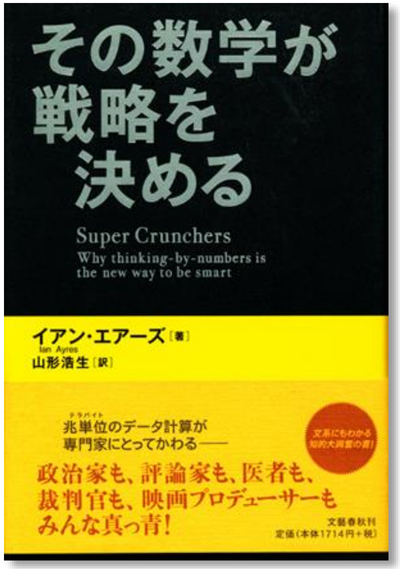
フランスのニュートン

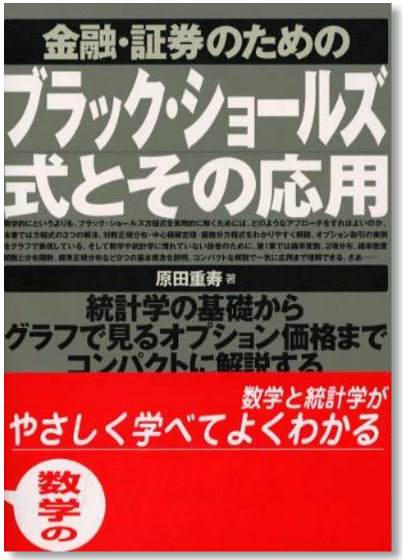
ラプラスの悪魔

「人はまだ愚かであるから確率を必要とする」

確率は本当に必要か？

我々の知識が不完全であるときに、
正しい推論を行うための数学理論（の基礎）

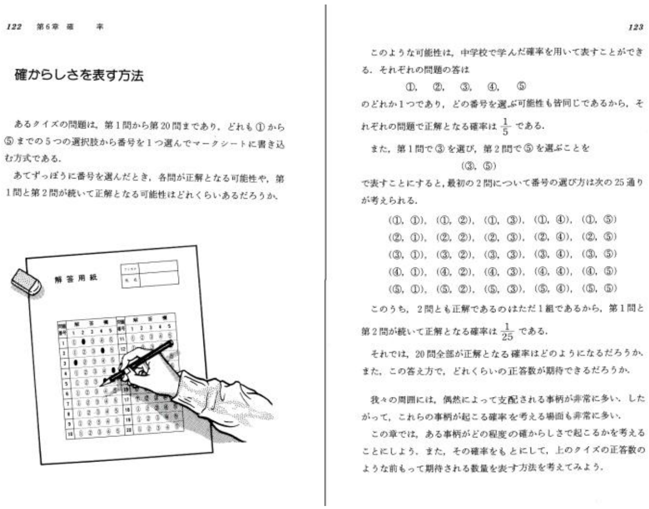




伊藤清 (1915-2008)

おおさき産業フェア2014
気軽に楽しめるセミナー「おおさきサイエンスサロン」

ご清聴を感謝いたします


122　第6章 確　率

確からしさを表す方法

あるクイズの問題は，第1問から第20問まであり，どれも①から⑤までの5つの選択肢から番号を1つ選んでマークシートに書き込む方式である．

あてずっぽうに番号を選んだとき，各問が正解となる可能性や，第1問と第2問が続いて正解となる可能性はどれくらいあるだろうか．

123

このような可能性は，中学校で学んだ確率を用いて表すことができる．それぞれの問題の答は

①，②，③，④，⑤

のどれか1つであり，どの番号を選ぶ可能性も皆同じであるから，それぞれの問題で正解となる確率は $\frac{1}{5}$ である．

また，第1問で③を選び，第2問で⑤を選ぶことを

(③，⑤)

で表すことにすると，最初の2問について番号の選び方は次の25通りが考えられる．

(①，①)，(①，②)，(①，③)，(①，④)，(①，⑤)
(②，①)，(②，②)，(②，③)，(②，④)，(②，⑤)
(③，①)，(③，②)，(③，③)，(③，④)，(③，⑤)
(④，①)，(④，②)，(④，③)，(④，④)，(④，⑤)
(⑤，①)，(⑤，②)，(⑤，③)，(⑤，④)，(⑤，⑤)

このうち，2問とも正解であるのはただ1組であるから，第1問と第2問が続いて正解となる確率は $\frac{1}{25}$ である．

それでは，20問全部が正解となる確率はどのようになるだろうか．また，この答え方で，どれくらいの正答数が期待できるだろうか．

我々の周囲には，偶然によって支配される事柄が非常に多い．したがって，これらの事柄が起こる確率を考える場面も非常に多い．

この章では，ある事柄がどの程度の確からしさで起こるかを考えることにしよう．また，その確率をもとにして，上のクイズの正答数のような前もって期待される数量を表す方法を考えてみよう．

確率をもっと身近に！

確率を知って、少し得をしましょう！