

他者の利益にただ乗りする者の存在比に関する数理モデル研究

A mathematical model on the ratio of free-riders for the benefit from the workers' task

大槻 南央

Nao OTSUKI

東北大学大学院情報科学研究科 情報基礎科学専攻

Department of Computer and Mathematical Sciences, Graduate School of Information Sciences

Tohoku University

Aramaki-Aza-Aoba 6-3-09, Aoba-ku, Sendai, Miyagi 980-8579

1 序

社会性昆虫であるアミメアリのコロニーは働きアリの分業で維持されている。若齢の働きアリは繁殖、養育を行い、老齢の働きアリは巣外で獲得した餌を若齢の働きアリに供給する。これらの働きアリは遺伝的に同じ系統であり、進化生物学ではこの場合、老齢の働きアリは若齢の働きアリの繁殖に協力することにより間接的に自身の遺伝子を残すことができていると考える。このような社会構造においては、若齢の働きアリによる繁殖は集団全体の利益（公共利益）を生産する行為であり、老齢の働きアリによる餌の供給は公共利益の生産に協力する行為とみなすことができる。ところが、アミメアリのコロニーには繁殖以外の仕事をほとんどしない異系統が併存する（図 1）。その異系統の個体は主系統の働きアリが供給する餌を消費し繁殖を行うが、働きアリの系統とは遺伝的に異なるため、進化生物学的にその繁殖は働きアリの利益とならない [1]。さらに、その異系統の子の養育を主系統の働きアリが担っている。つまり、異系統の個体は主系統の個体が協力して餌の供給や子の養育をする社会構造にただ乗りしながら、公共利益の生産には寄与せず自身の利益のみを得ていると考えることができる。

Dobata and Tsuji [2] は、働かないアリ系統の個体の存在が働きアリ系統の個体が形成する集団に与える影響について調べた。彼らは両系統の個体を異なる比率で混合した複数のコロニーを人為的に作製し、均一な条件のもとで 64 日間飼育した。各コロニー毎に巣内作業と巣外作業の分業個体比率を調べた結果、巣外作業をする働きアリ系統の個体の割合はコロニー中の働かないアリ系統の割合に対して増加した。また、働きアリ系統の個体の生存率や産仔数はコロニー中の働かないアリ系統の割合に対して減少した。これらの結果は、働かないアリ系統の存在が公共利益の生産量を下げ、働きアリ系統はコロニーの状況に応じて分業個体比率を変化させることによ

り、コロニーを維持していることを示している。アミメアリの社会構造は、公共利益の生産者とその生産に必要な資源を供給する労働者で構成される協力者の集団中に、公共利益を利己的に獲得するただ乗り者が併存する状況として捉えることができる。本研究では、アミメアリの社会構造を事例の一つとして、そのような集団における公共利益生産量がどのようにただ乗り者の影響を受け得るのかを理論的に考察するための数理モデルを構築し、解析結果に基づいた議論を試みた。

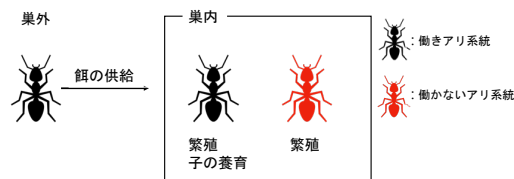


図 1: アミメアリのコロニーにおける社会構造

2 仮定

- 集団に供給される単位時間あたり資源量は労働者数に比例する。
- 単位時間におけるただ乗り者あたりの資源消費量は生産者の資源消費量よりも大きい。
- 生産者の獲得資源量と公共利益生産量の間には正の相関がある。
- 生産者あたり単位時間に生産できる公共利益量には上限がある。

3 総公共利益生産量の数理モデル

生産者あたりの獲得資源量 E 集団中の労働者数 n_w , 生産者数 n_r , ただ乗り者数 n_w の合計を N とする。労働者あたり単位時間に供給する資源量を ω とすると、供給される資源の総量 Ω は $\Omega = \omega n_w$ で与えられる。それを生産者あたり E , ただ乗り者あたり E'

で消費するならば、 $\Omega = n_r E + n_c E'$ である。仮定から、生産者あたりの資源消費量 1 に対して、ただ乗り者あたりの資源消費量を $1 + \eta (> 1)$ とすると、 $E' = (1 + \eta)E$ が成り立ち、生産者あたり単位時間に獲得できる資源量 E は次式で与えられる：

$$E = \frac{\omega n_w}{n_r + (1 + \eta)n_c}$$

生産者あたりの公共利益生産量 f 生産者が単位時間あたりに資源量 E を獲得したときの公共利益生産量 $f(E)$ を、 E に対して単調増加かつ上限値 R_0 を持つ次式で与える：

$$f(E) = \frac{R_0 E}{A + E}$$

A は生産量 f が半上限値 $R_0/2$ となる獲得資源量を表す。

生産者による総公共利益生産量 ϕ 集団中のただ乗り者比率を $q = n_c/N$ 、協力者中の労働者比率を $p = n_w/(n_w + n_r)$ とすると、単位時間あたり総公共利益生産量 $\phi(p, q)$ は、生産者あたりの公共利益生産量と生産者数の積として、次式で与えられる：

$$\begin{aligned} \phi(p, q) &= n_r f(E) \\ &= (1 - p)(1 - q)N \frac{R_0 C p(1 - q)}{1 + \eta q - p(1 - q)(1 - C)} \end{aligned}$$

ここで、 $C = \omega/A$ であり、協力者による公共利益の生産効率を表す。

4 数理モデル解析の結果

総公共利益生産量 ϕ を最大化する労働者比率 $p = p^*$ は、与えられた q に対して唯一定まる。そして、最大の総公共利益生産量 $\phi(p^*, q)$ はパラメータ C, η によらず q に対して単調減少である (図 2)。

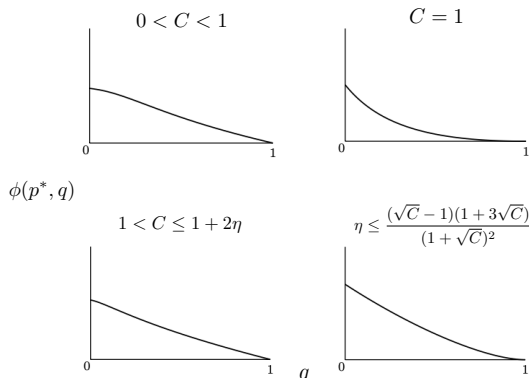


図 2: 最大の総公共利益生産量 $\phi(p^*, q)$ のただ乗り者比率 q に対する依存性。

p^* の q に対する依存性は、 $0 < C < 1$ の場合、単調減少、 $C > 1$ の場合、単調増加、 $C = 1$ の場合、 $p^* = 1/2$ である (図 3)。

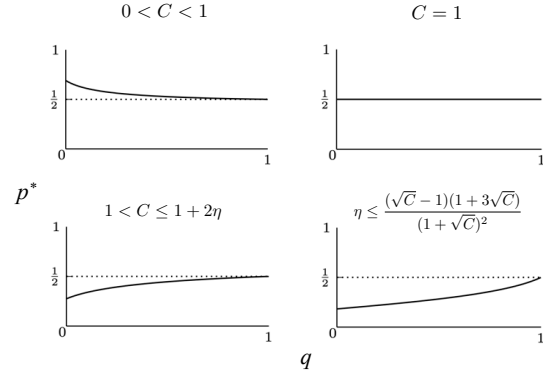


図 3: 労働者比率 p^* のただ乗り者比率 q に対する依存性。

5 まとめ

協力者中の労働者比率が総公共利益生産量を最大化する値であるとしても、ただ乗り者比率がより大きな集団では、最大総公共利益生産量はより小さくなる。また、Dobata and Tsuji [2] による実験結果では、巢外作業をする働きアリシステムの割合はコロニー中の働かないアリシステムの割合に対して増加し、図 3 における $C > 1$ の場合での解析結果と対応している。よって、彼らの実験におけるアミメアリの集団は、働きアリによる産仔効率が高い状況にあったと考え得る理論的示唆が得られた。一方で、餌獲得のし易さや気候による生理的な影響により産仔効率が低い場合には、働きアリの餌供給への分業比率が大きくなり、併存する働かないアリの比率に対して単調減少を示す可能性も示唆された。

参考文献

- [1] S. Dobata, T. Sasaki, H. Mori, E. Hasegawa, M. Shimada and K. Tsuji, 2009. Cheater genotypes in the parthenogenetic ant *Pristomyrmex punctatus*. *Proc. R. Soc. B*, **276**: 567–574.
- [2] S. Dobata and K. Tsuji, 2013. Public goods dilemma in asexual ant societies. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **110**: 16056–16060.