

A Mathematical Model Analysis for An Artificial Recovery of Environment Degraded by Population Dynamics

個体群による自己環境劣化に対する環境改善効果についての数理モデル解析

*Hiromi SENO^{a,1}, Yuusuke UESHIMA^b

*瀬野裕美^{a,1}, 上島勇介^b

^a Department of Mathematical and Life Sciences, Graduate School of Science,

^b Department of Mathematics, Faculty of Science,

Hiroshima University

^a 広島大・院・理, ^b 広島大・理・数学

Abstract

In this work, a mathematical model for the artificial recovery of environment degraded by population dynamics itself is constructed and analyzed. We discuss the appropriate strategy to recover the environment in order to keep the population size beyond a certain level.

It is assumed that the environmental degradation is reflected to the intrinsic growth rate. In our model, the strength of environmental degradation is given by X , the intrinsic growth rate in the environment without the degradation by ϵ_0 , and the strength of the effect of environmental degradation on the intrinsic growth rate by γ . It is assumed that the environmental degradation is caused by the population dynamics itself, and cannot recover by itself. Operation of the environmental recovery is assumed to be repeated with a period T , and to reduce the effect of environmental degradation by a recovery rate ρ . Temporal variation of the population size $N_k(t)$ in time interval $[kT, (k+1)T)$ before the $k+1$ th operation of environmental recovery after the k th is given by (1) given below.

Analyzing our model (1), we can prove that the population necessarily goes extinct without the environmental improvement ($\rho = 0$), and can always persist with it ($\rho > 0$). With sufficiently large ρ , the population can undergo a chaotic variation in time. It is shown that the long time average of the strength of environmental degradation $\langle X \rangle$ is a constant independent of the nature of the environmental recovery represented by (ρ, T) . In this work, we try to discuss the appropriate strategy of environmental recovery to sustain the population beyond a critical level, and the optimal strategy under a restriction about the cost for the environmental improvement.

本研究では、単一種個体群における自己環境劣化の影響について、環境改善の効果も導入した個体群ダイナミクスモデルを構築し、その解析の結果に基づいて、個体群サイズをある一定レベル以上に保つための環境改善の特性についての考察を行った。

個体群の増殖に対する環境劣化の影響として内的自然増殖率が影響を受けるものとする。環境劣化の影響の強さを X 、環境に劣化のない理想的条件下における内的自然増加率を ϵ_0 、環境劣化に対する影響の強さを γ とする。環境劣化は個体群の生命活動によって進行し、自然には回復しないものとする。環境の改善は、時間周期 T で繰り返され、改善率 ρ で環境劣化の影響の強さを軽減できると仮定する。 k 回目の環境改善後から $k+1$ 回目の環境改善までの時間区間 $[kT, (k+1)T)$ における時刻 t における個体群サイズ $N_k(t)$ の時間変動は次のダイナミクスに従うとする：

$$\begin{aligned} \frac{dN_k(t)}{dt} &= \{\epsilon_0 - X_k(t) - bN_k(t)\}N_k(t) \\ X_k(t) &= X_k(kT+0) + \gamma \int_{kT}^{(k+1)T} N(\tau) d\tau \\ (N_k(kT+0), X_k(kT+0)) &= (N_{k-1}(kT-0), (1-\rho)X_{k-1}(kT-0)) \end{aligned} \quad (1)$$

この数理モデルの解析の結果、環境改善を全く行わない ($\rho = 0$) 場合には、個体群は必然的に絶滅する（大域安定）が、環境改善を行えば ($\rho > 0$)、必然的に個体群は存続することがわかった。また、改善率 ρ が十分に大きい場合には、カオス変動状態が起り得る。さらに、十分な時間経過後の環境劣化の影響の強さの時間平均 $\langle X \rangle$ は、環境改善の特性 (ρ, T) に依存しない定数に収束することも示すことができる。数学的結果および数値計算による結果に基づいて、個体群サイズをあるレベル以上に維持するための環境改善の特性や、コストに制限のある場合の最適な改善策について議論を試みた結果についても発表する。

¹ seno @ math.sci.hiroshima-u.ac.jp