過去の感染規模が予防水準に及ぼす影響を考慮した数理モデルと感染規模年次変動データ

A mathematical model for the annual variation of epidemic outbreak with prevention level affected by past incidence size: With perspective on comparison to real data

瀬野裕美*

東北大学大学院情報科学研究科情報基礎科学専攻

Hiromi SENO

Research Center for Pure and Applied Mathematics, Department of Computer and Mathematical Sciences, Graduate School of Information Sciences, Tohoku University

Annual or seasonal fluctuation of the incidence size has been observed for a variety of infectious diseases, for example, influenza, measles, rubella, mumps, chickenpox etc. Here the *incidence size in the epidemic season* means the *final size* of epidemic at the season, which gives the fraction or the size of infected population in the epidemic season. Such fluctuations have been attracting many researchers in mathematical biology, and bringing discussions about its driving factors. In our work, in contrast to those factors of population dynamics discussed in previous works, we consider the effect of a change of social behavior which determines the prevention level for the considered infectious disease. To consider the essential effect of such social factor on the potentiality of incidence size fluctuation, we construct and analyze a simple mathematical model of discrete dynamical system, which is derived from the final-size equation of Kermack–McKendrick SIR model, as already presented in the last TBMA meeting. In this time, we will present new mathematical results and discuss the perspective of our model on comparison to some real epidemic data.

昨年度の本研究集会で発表したように，本研究では，感染症の流行における年次振動の生起には，前年以前の流行により，社会的に促される様々な予防対策が感染症流行を抑制する効果も働いている可能性があるのではないか，という観点から，感染症流行の年次変動についてのこの可能性に関する理論的な考察を行うために，前年以前の感染規模（感染症罹患者総数）が感染症伝染ダイナミクスに及ぼす影響を導入した基本的な数理モデルを新しく構成し，その解析を行ってきた。本発表では，昨年度の発表に引き続いて，新たに得られた数理モデルについての数学的解析結果とともに，感染症流行に関するデータとの対比を試みた考察を紹介する。

毎年の感染シーズンにおける感染症伝染ダイナミクスは，最も基本的な Kermack–McKendrick 型 SIR モデルで記述できるとして，本研究で構成し，解析してきた感染規模年次変動ダイナミクスに関する数理モデルは次のように表記される：

$$-\frac{\ln(1-z_k)}{z_k} = \max\left[\,\frac{\mathscr{R}_0}{\varphi(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0)},\ 1\,\right]$$

z_k は k 年目のシーズンにおける総個体群サイズ N_k に対する相対感染規模（$= R_\infty/N_k$）を表す（$0 \le z_k \le 1$）。本研究では，$\varphi(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0)$ を k 年目における予防水準関数と呼ぶ。予防水準関数 $\varphi(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0)$ は，任意の引数 $z_i \in [0,1]$（$i = 0, 1, \ldots, k-1$）について非減少な正値関数とする：$\varphi(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0) > 0$ かつ $\partial\varphi(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0)/\partial z_i \ge 0$。さらに，$\varphi(0, 0, \ldots, 0) = 1$ とする。相対感染規模 $z_k = 0$ は，k 年目の感染シーズンに感染症流行が起こらなかった場合を表し，$(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0) = (0, 0, \ldots, 0)$ は，過去 k 年間において感染症流行が起こらなかったことを指す。そして，$\mathscr{R}_0$ は，過去 k 年間において感染症流行が起こらなかった場合における当該年についての感染症伝染の基本再生産数を表す。上式は，z_{k-1}，z_{k-2}，…，z_0（$\in [0,1]$）に対して，唯一の非負なる z_k を定める離散力学系を与える。本研究では，特に，予防水準が過去の感染規模に指数関数的に依存する場合，

$$\varphi(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0) = \exp\left[\alpha(z_{k-1} + \sigma z_{k-2} + \sigma^2 z_{k-3} + \cdots \quad + \sigma^{k-1} z_0)\right]$$

で与えられる場合について考えてきたが，上記の数理モデルについては，一般の（十分に滑らかな）関数 φ についても数学的に簡潔な結果も得られる。

本発表では，予防水準関数が前年の感染規模のみによって定まる場合，$\varphi(z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_0) = \exp[\alpha z_{k-1}]$，について，国立感染症研究所の病原微生物検出情報（IASR）による感染症流行データ等（cf. `http://www.nih.go.jp/niid/ja/iasr.html`）を対比させ，この数理モデルによる理論の実際のデータの考察への有用性について検討した結果についても紹介する。

* seno @ math.is.tohoku.ac.jp