

特集・数理化と計量化 数理生物学と計量

瀬野裕美

●前置き

ひとに研究分野を尋ねられたとき、どういうふう
に答えようかとちょっと考えることがしばしばある。
「数理生物学(Mathematical Biology)」と答えるの
がもっとも適切だとはわかっているが、「数理生物
学」と答えてしまったら相手は適切に理解してく
れたかどうか不安な場合が多いからである。実際、
なんとかうまく理解してもらおうと、相手に気を遣
いながら自分の研究分野について「数理生物学で
……ということをやっています」なんてふうに説明
っぽいことを付け加えたりする。相手が生物学者だ
ったり、数学者だったりするときは、特に難しい。

生物学者には、「生物現象の生物学的研究からの
知見をもとに構成された数理モデルを、数学の手法
やコンピュータによる数値計算を利用して解析して
います」、数学者には、「生物現象が元になった数理
モデルをいろいろと解析して、生物学的な議論をや
ろうとしています」なんて具合に説明したりする。
しっかりと話を聞いてくれている、ある生物学者は、
「数理生物学」の研究は、生物学とは関わりのない、
生物学の言葉を借りた数学の研究だと解し、一方で、
ある数学者は、厳密な数学的証明もなしに数理モデ
ルを解析し、数学的に未確定なその結果を用いる研
究は生物学だから許されるのだ、といってそっぽを
向く。まあ、「数理生物学」という分野はそんな分
野だといってもまんざら間違いでもなさそうだが、

もう少しのうがきをたれながら、「数理生物学」と
いうもの、生物現象を研究する上での数理(モデル)
というものについて述べてみることにしよう。

●数理生物学？

数理生物学という学問分野は、いわゆる、学際分
野である。だから、生物現象をその研究の対象とし
ていながらも、生物学の一分野だといいきれないと
しても致し方ないとも思える。あえて述べるならば、
それは、数学や物理学、化学と生物学の狭間から生
まれた複合分野である。[→そんな分野があっても、
何も特別なことではない。現代の自然科学はおそ
ろしく細分化されてしまったが、いにしへの「科
学(Science)」は、ニュートンやレオナルド・ダ・
ビンチがそうだったように、自然現象全般を「科
学」という大きな枠組みの中で自由に探求するも
のだったのだから。たとえば、ニュートンを物理学者
という狭い枠組みに入れてしまうことには一般にだ
れしものが抵抗をもつだろう…]

数理生物学では、考察の対象となる生物現象を、
確率過程、微分方程式、差分方程式、オートマトン、
ゲーム、最適制御などの理論をもとにした数理モデ
ルによって記述し、そのモデルの理論的解析、ある
いはコンピュータによる数値計算による解析を通じ
て、現象に潜む「科学的な論点」を明確にしようと
する。もちろん、それらの数理モデルはいずれも従

来得られている生物学的知見および生物学的仮定に基づいて構築されるべきものである。ところが、そのように構成された数理モデルの解析によって得られた結論が生物学による研究成果によって否定されることもある。そのような場合でも、その数理モデル解析が、即、闇に葬られるわけではない。数理モデルが既存の生物学的知見、生物学的仮定に基づいて構築された以上、結論が現象と矛盾する、ということは、数理モデルの前提であった生物学的知見、生物学的仮定において何らかの問題があるか、モデルの構成過程(モデリング)に問題があるか、のいずれかである。前者の場合、生物学的論点を提示していることになるので、その論点に関わる議論において、その数理モデルの解析結果は、考察時の有用な対照として意義を持つのである。

●数理生物学者？

数理生物学において研究されてきたさまざまな数理モデルは、生物学以外の分野、特に、数学、物理学の分野にとっても興味深い問題を提供してきた。そして、数理生物学に関わる数理モデルを対象とした研究には、数学としての一般論的研究もあれば、特定の生物現象のみを取り上げた生物学的研究まであり、じつに多様である。

数学や物理学としての一般論的研究は、特定の生物現象に対する数理モデルを解析する際に実用的に応用されうるものなので、現在の数理生物学は、そうした多様な数理研究が体系的に結びついた、境界の曖昧な分野といえる。だが、数理モデル研究のすべてが「数理生物学」の研究であるとも考えがたい。生物現象に関する数理モデルの解析であっても、生物現象の考察のための生物学的議論を目的としない、数学や物理学としての一般論的研究は、数理生物学研究にとって価値ある研究でもあるが、一般には、数理生物学の研究とは考えられないし、そのような研究を専門として行っている研究者は数理生物学者と呼ぶよりも、やはり、数学者や物理学者と呼ぶほうが妥当であろう。だから、狭い意味では、研究の目的があくまでも生物現象を考察することではじめて明確に数理生物学の研究といえるのである。

[この意味では、同じ研究者の研究が、数理生物学に属したり、属さなかったりする。]

●数理生態学からの話の種

ここで、ひとつ、話の種として、数理生態学におけるエポックであったひとつの数理モデルを紹介しよう。食物その他の生活要求の類似した生物二種は、その資源に関する競争の結果として、同じ場所に共存を続けることができず、うち一種が絶滅する、というのが、生物学において競争の排除則、ガウゼの法則と呼ばれているものである。このような効果は、1932、1934年のガウゼによる酵母菌やゾウリムシによる実験によって検証された。また、例えば、1954年のパークによるヒラタコクヌストモドキとヒメヒラタコクヌストモドキの二種の昆虫の競争実験でも、同じ飼育箱の中で十分な餌を与えても、競争効果によって一方が絶滅するという結果が示されている。このような実験系における種間競争の効果の実験は、1925、1926年のロトカとヴォルテッラによる、競争する二種を記述する次のような数理モデルの研究がひとつの契機となった：

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = r_1 \left(1 - \frac{N_1(t) + a_{12}N_2(t)}{K_1} \right) N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = r_2 \left(1 - \frac{a_{21}N_1(t) + N_2(t)}{K_2} \right) N_2(t) \end{cases}$$

この数理モデルは、二種それぞれの個体数の時間変動を表す変数 $N_i(t)$ と、それぞれの種にとっての環境の好適さ、それぞれの種が内在的に持っている増殖能力、二種間の競争効果の強さを表す K_i , r_i , a_{ij} ($i, j = 1, 2; i \neq j$) というパラメータによって構成されている。これらのパラメータの大きさによって、どちらの種が絶滅するか、あるいは、共存するかが決まる(図1参照)。

ロトカとヴォルテッラによる数理モデル解析の結果は、生物二種の間と同じ相互作用のダイナミクスから競争の排除という結末も共存という結末も現われうるという可能性を示したのである。ただし、これらのパラメータすべてを実験や観測によって一意に定量的に定めることは一般的には不可能である。だから、この数理モデルは、理論的な思考実験とも

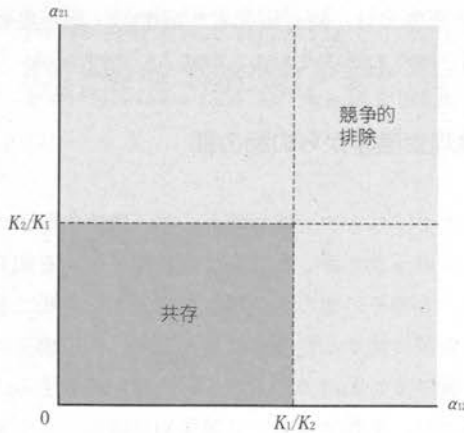


図1

呼べるものなのである。とはいえ、じゃあ、ただの架空の物語じゃないか、とはならない。実験データによる競争的排除の観察事実、特定の環境における共存の可能性を否定はしても、それとは異なる環境における共存の可能性までは否定できない。また、競争関係にある共存二種にとって競争的排除則は関係ないとまでもいえない。自然界での複数生物種間の生存に関わる相互作用として「競争」の効果がどのような役割をどの程度の効力で担っているのか、それを考察する時、ロトカ=ヴォルテッラ競争方程式系からの示唆は重要な役割を果たしたのである。これは、本質的に現象の数理化によって得られた成果の一例であるといえよう。

●生物学における計量化

ところが、自然界では、上記の競争的排除則に関わると即座に確認できるような現象が観測できることはほとんど期待できない。複雑な開放系としての自然界では、さまざまな生物学的要因が絡み合った結果として生物種の共存や絶滅が観測されるので、どの要因がどのようにどのくらい共存や絶滅と関わっているか、というダイナミクスの構造はそのままではわからない。だから、生物学は、そのダイナミクスを種々の観測データから解明してゆこうとする。どのような生物学的問題を考察するかに応じて、生物現象のどのようなデータを観測するか、を決め、集積されたデータに対して生物統計学(Biostatistics)

の理論が活用され、データ解析の結果を体系化し、観測された生物現象の構造を徐々に明らかにしてゆこうとするのである。

現象のもつ多彩な様相からいかにして意味のある生物学的統計量を引き出すべきか、それは、ひいては、観測においていかなるデータを取るべきかということにもなる。だから、観測に基づく多くの生物学研究においては、生物統計学が保証する統計量をもとにして対象現象に関する議論を進め、他の現象との比較も行うことができるのである。生物現象のさまざまな構成要素(個体数、密度、年齢、色、強度、形、分布など)を計量化し、統計的に処理することによって構成要素のなす現象のダイナミクスを体系的に考察することが可能になるのである。

「専門分野は数理生物学です」と答えると、生物統計学の研究者だと誤解されることもままある。この生物統計学は、生物学的研究からの実用的要求に応じながら発展してきた分野で、計量生物学を象徴する特質を有し、生物現象の計量化のためのデータ処理に関する手法を確立し、生物現象に対していかなる測定を行うべきかという科学的研究方針を与えてくれる学問である。そうした生物統計学に対し、数理生物学は、数理モデルの解析によって生物学的な論点を提出したり、知見の体系化の手掛かりを得ることを目的としている。つまり、生物統計学は生物現象の「計量」の手法を理論的に扱う学問であり、数理生物学は生物現象を「数理」の上のせ、現象の本質を理論的に考察しようとする学問である。

●数理モデルの効用

ある現象の計量化によってその現象を支配しているダイナミクスの性質を明らかにしてゆく、という研究は、特定の生物現象の特定の側面を観測して考察するが故に、時に、現象特異的、つまり、その現象に限って示すことのできるような結論に至ることがある。もちろん、そうした結論であっても対照として他の研究にとって有用である場合もある。しかし、現象特異的な研究は、一般に、特定の物理条件や生物学的条件に限られた観測に基づくために、そうした条件の変化がどのように観測している現象を

変化させうるのか、という問に対して答えを用意できるものではない。それは、その現象の現状での生物学的ダイナミクスの姿を研究しているのであって、そのダイナミクスの持つさまざまな可能性をも含めた「構造」を研究しているのではないといえる。

数理モデル研究は理論的な思考実験の側面を持つ、と前に述べた。また、生物学的知見や仮定に基づいて構成されるべきものだと述べた。だから、ある特定の現象の研究から得られた知見をもとに構成された数理モデルを研究することによって、環境条件の変化に対してどのくらい普遍的に同じ結論が観測できるのか、どのように違った様相を現象がみせるのか、という議論において可能な論点を提供することができるのであり、他の現象のダイナミクスとの体系化も促すことができるのである。

●数理モデルの計量化

数理モデルをコンピュータによる数値計算によって解析しようとする時には数理モデルを計量化する必要がある。時間や空間を微小な単位で離散化・数値化することによって数値計算が可能になるのである。そして、さまざまなパラメータに対して具体的な数値を与えることにより、数理モデルの振舞いを研究する、という方針はしばしばとられている。このように、数理モデルをもとにしたバーチャル・リアリティ(仮想現実)をコンピュータにより表現することによって、数理モデルと実際の生物現象を対照させることもできる。

この数理モデルの数値計算においてとられる過程は、先に述べた、実際の現象の生物学的観測による計量化、そこから得られる知見による数理モデルという数理化、という過程の逆をたどることに対応しているのである。

●「計量」を介した相互作用

このように、生物に関わる現象を研究する際、その現象をどのようにとらえ、どのように科学的な考察に導くか、というルート、つまり、いわゆる「研究の方針」において「数理化」と「計量化」が現わ

れる。この二者は密接に関わりあい、どちらでもよいというものではないことは明らかである。特に、生物学的知見が未だ十分でない現象に関する数理モデルを構成しようとする場合、既得の知見と生物学的な仮説から数理モデルを考察するわけであるが、モデルに組み込まれた仮説はのちに現象の観測によって検証考察されるべきであるから、生物学的な検証考察が不可能であるような仮説をもとにした数理モデルは、生物学の理論の体系化には寄与できるが、実験や観測とは直接には結びつかない。

生物学的な検証考察が可能であれば、その数理モデル解析の結果は、対象とする生物現象に関する仮説の是非という論点を提出し、現象観測のひとつの方針を示すことができる。そして、新しく得られた観測データを数理モデルにあてはめることによって現実の生物現象から得られている知見との対比を行い、仮説の是非や修正を行ってゆく。このようにして、現実の生物現象の観測と数理生物学の数理モデルとの間で「計量」を介した相互作用を繰り返しながら現象の探求が進んでいるのである(図2)。

(せのひろみ/数理生物学)

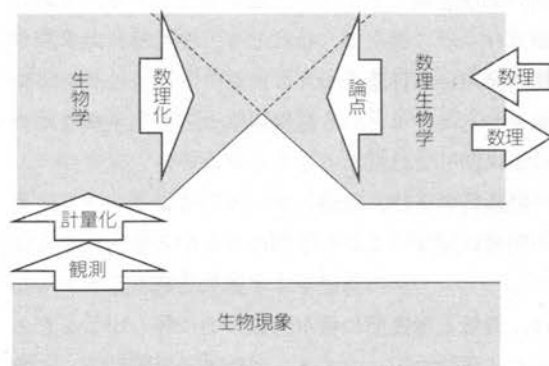


図2