

# 脳波とフラクタル

日本医科大学 第一生理学教室・基礎医学情報処理室 品川 嘉也  
日本医科大学 基礎医学情報処理室 瀬野 裕美

Brain wave/Fractal analysis

## 1. 脳波

頭皮または大脳皮質から記録される脳波が大脳皮質の錐体細胞に起源を持つシナプス電位の総和であることは定説になっているが、脳波の生起機構に関しては決定的な理論がない<sup>22)</sup>。それぞれの神経細胞に関する電位の誘導・伝搬については様々な研究が進められているのに対して、脳波に関しては、シナプス電位が時間的・空間的に複雑な構造をもつことに加えて、多様な因子が重なり合った結果を観測するために、解析の方法も、神経細胞を単位として扱う研究とは異ならざるを得ない<sup>22)</sup>。また、個々の神経細胞の研究結果から脳波に関する結論を演繹することの妥当性については大いに疑問がある。

動物の脳波測定に関しては、電極を大脳皮質の特定の箇所埋め込んで固定して実験を行うことが行なわれているが<sup>29)</sup>、人間の脳波測定に用いられる電極の装置法としては、現在、国際脳波学会の推奨している10-20電極法(図1)が最も一般的に用いられている<sup>21)</sup>。脳波の解析方法としては、FFTなどによる脳波のスペクトル分析がよく使われている。このスペクトル分析と脳波形を併せて基準とした脳波の一般的な分類として、 $\delta$ 波、 $\theta$ 波、 $\alpha$ 波、 $\beta$ 波がある。この分類について表1にまとめた。ただし、厳密に言えば、この脳波の分類に関して数量化された境界はない。脳波の「形」を考慮するという事は、脳波に関して相当の経験的知識をもつ実験観測者によってなされるもので、数量化できないからである。また、例えば、周波数スペクトルにおいて8 Hzのあたりに大きなピークをもつ波であっても $\alpha$ 波として分類できない場合もあるので、機械的に分けてしまうことはできない。表

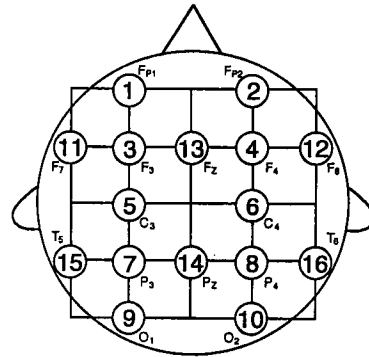


図1. 10-20電極法

1の周波数の分類の境界は、実験によって異なる可能性があることを注意する。

脳波生起に関する数理モデルとして決定的なものは存在しない。たとえば、双極子モデルというものがあるが、様々に議論されているが、脳波のもつ特徴特性を的確に「説明」できるにはさらに研究が進む必要がある<sup>3), 6), 8), 13), 16), 25), 29)</sup>。

## 2. フラクタル時系列解析

フラクタルの概念が出されてからすでに10年ほどが流れ<sup>24)</sup>、80年代のなんでもかんでもフラクタルというブームを経て、今は、有用性を問いつながら研究の道具の一つとして定着した感がある。フラクタル解析には、ボックスカウンティング法など、図形の処理に関したものが頻りに用いられているが、諸々の技術上の問題点についても議論されている<sup>2), 14), 19), 23), 30), 31), 35)</sup>、ここでは、脳波のフラクタル解析に関わるものとして、時系列データのフラクタル性を扱う3つの典型的な方法について述べる。

相関積分による方法：この方法は、時系列〔ここでは、脳波〕が、ある決定論的力学系によって生成されているという前提の上でデータ眺めるものである。離散時系列データに対して、次のように相関積

### Brain Wave and Fractal Analysis

Yoshiya SHINAGAWA \* \*\* , Hiromi SENO \* \*\*

Department of Physiology \* and Information Processing  
Center of Medical Sciences \*\* Nippon Medical School

表1. 脳波の分類

種類	波形	周波数帯域 (Hz)	出現期・部位
δ波		< 4	熟睡期・前頭寄り全般性
θ波		4 ~ 8	入眠期・頭頂中心全般性
α波		8 ~ 13	覚醒、閉眼時・後頭部中心
β波		13 <	覚醒、精神活動時・活動部位中心

分が定義できる<sup>17), 31), 32)</sup>:

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_i \sum_j H(r - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|) - 1$$

ここで、 $H(z)$  は、非負の  $z$  に対して 1、負の  $z$  に対して 0 となる階段関数であり、 $\|\cdot\|$  は、 $d$ -次元空間における適当なノルムを表す。  $N$  は、与えられた時系列データの引き続く  $d$  個の値を要素とする  $d$ -次元ベクトル  $\vec{x}_i$  の総数を表す。この  $d$ -次元ベクトルは、次のように構成される<sup>32)</sup>:

$$\vec{x}_i = (x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{i+d-1})$$

$$(i=0, 1, 2, \dots, N-d+1)$$

もしも、この相関積分が  $C(r) \sim r^D$  なる関係を満たすならば、指数  $D$  がフラクタル次元として採用できる。この値  $D$  が埋め込み次元  $d$  を増やしていくにしたがって一定値に近づくならば、それは、考えている時系列を支配する力学系による相空間におけるアトラクターの次元を与えるのである<sup>17), 18), 31), 32)</sup>。アトラクターの次元は、その力学を記述するのに必要な最小の変数の数を与えてくれる。ただし、この方法によるフラクタル解析には、十分な数のデータが必要である。しかも、たとえ、時系列が決定論的力学系で記述されるようなメカニズムによって生成されていたとしても、非決定論的なノイズなどがデータに絡まっている場合には、結果に十分な信頼性を期待できないという欠点がある。したがって、その利用の仕方と結果の解釈には注意が必要である。実際、方法としての様々な問題点もよく議論されている<sup>19), 23)</sup>。

累積頻度分布関数を利用する方法: もしも、時系列に関する度数  $X$  [脳波については、例えば、振幅を  $X$  として採用できる] についての累積頻度分布関数  $P(X)$  が、 $P(X) \sim X^{-\gamma}$  という関係を満たせば、この指数  $\gamma$  が分布関数から導かれるフラクタル次元として採用できる<sup>24)</sup>。自然界の様々な分布関数がべき分布に合うことが知られているが、なぜべき分布なのかにつ

いての納得のいく説明が与えられた現象はほとんどないといってよい。しかし、ともかくも、これも、時系列データのフラクタル解析として利用できる。ただし、この方法の場合には、データ全体から求められる頻度分布のみを問題とするために、時系列の時間発展が無視されることになる。

時系列グラフの長さを利用する方法: この方法は、時系列データが作るグラフ自身のなすパターンのフラクタル次元を評価する。グラフは、時間軸と変動量からなる何らかのパターン [脳波では、2次元] を生成しており、そのフラクタル次元は、海岸線のフラクタル次元を測る方法<sup>24)</sup> を応用することによって評価できる<sup>19)</sup>。次の量を考える:

$$L_{\Delta t} \equiv \sum_{i=0}^{N-1} |x_{i+1} - x_i|$$

これは、時間間隔  $\Delta t$  の離散時系列全体から計算される累積変動量とも呼べるものである。この時間間隔  $\Delta t$  を変えて時系列を見るということは、測る物差しの単位を変えて時系列のなすグラフを見るということに対応している。したがって、もしも、 $L_{\Delta t} \sim \Delta t^{-\beta}$  が成り立てば、この  $\beta$  がグラフのフラクタル次元となる<sup>19)</sup>。この方法から得られるフラクタル次元は、時系列のなすパターンを特徴付ける量が得られる点で面白い。

これ以外にも、特異点スペクトル法など脳波解析に適用できそうな方法はいくつかある。異なる方法で得られたフラクタル次元の間の関係も議論の対象であるが、扱うデータの処理の仕方の違いから、それぞれ異なる情報を与えるものであると考えてよからう。そして、それらの有効性及び適用限界は今後の研究によって明らかになるであろう<sup>9), 10), 20), 26)</sup>。

### 3. 脳波のフラクタル性

さて、上のような方法を用いて脳波を解析した成果

としては、未だ、決定的な結果と呼べるものは提出されていない。これまで最も多く行なわれてきた脳波のフラクタル解析は、上で述べた相関積分による方法である。多くの研究者が脳波時系列データについての相関積分を計算し、脳波のフラクタル次元を評価してき

た。しかし、これまで、提出されてきた結果にはかなりの幅がある<sup>2)</sup>。(表2)

この理由の一つとして、脳波のパターンが、脳波データ採取時の状態に強く依存することがあげられる。ここでいう「状態」には、脳波データ採取の方法に加

表2. 脳波のフラクタル次元\*

Year	Authors	Description	Correlation dimension	Graph dimension
1985	Babloyantz <i>et al.</i>	Sleep stage 2	5 - 5.03	
1985	Babloyantz <i>et al.</i>	Sleep stage 4	4.05 - 4.4	
1986	Babloyantz & Destexhe	Petit-Mal seizure	2.05 ± 0.09	
1986	Dvorak & Siska	Awake, eyes closed	5.7	
1986	Dvorak & Siska	Awake, eyes open	6.5	
1986	Layne <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (occipital leads)	5.1 ± 5.4	
1986	Layne <i>et al.</i>	Fluroxene anesthesia	6.8 - 8.6	
1987	Babloyantz & Destexhe	Awake, eyes closed (occipital leads)	6.1 ± 0.5	
1987	Babloyantz & Destexhe	Awake, eyes open	9.7 ± 0.7	
1987	Babloyantz & Destexhe	REM sleep	8.2	
1987	Babloyantz & Destexhe	Sleep stage 4	4.8 ± 0.3	
1987	Mayer-Kress & Holzfuss	REM sleep	6.4 ± 5.1	
1987	Mayer-Kress & Holzfuss	Sleep stage 2	6.8 ± 6.1	
1987	Mayer-Kress & Holzfuss	Sleep stage 4	5.9 ± 4.4	
1987	Mayer-Kress & Layne	Awake, eyes closed (occipital leads)	4 - 7	
1987	Mayer-Kress & Layne	Awake, eyes open	8.6 - 8.7	
1987	Mayer-Kress & Layne	Awake, mental tasks	5.5 - 6.4	
1988	Aoki	Awake, eyes closed	5	
1988	Babloyantz & Destexhe	Awake, eyes closed (occipital leads)	6.3 - 7.4	
1988	Babloyantz & Destexhe	C. J. disease	3.7 - 5.4	
1988	Cerf <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (occipital leads)	3.7 - 6.3	
1988	Cerf <i>et al.</i>	Awake, eyes open	8.1	
1988	Katz	Awake, eyes closed		1.257
1988	Katz	Sleep (adult)		1.414
1988	Watt & Hameroff	Awake, anesthetized state	2.07 <	
1988	Watt & Hameroff	Awake, burst suppression state	1.07 <	
1988	Watt & Hameroff	Awake, eyes closed	2.15 <	
1988	Xu-Nan & Xu-Jinghua	Awake, eyes closed	3 - 5	
1988	Xu-Nan & Xu-Jinghua	Awake, eyes open	3 - 4	
1989	Gallez & Babloyantz	Awake, eyes closed (occipital leads)	5.71 - 7.63	
1989	Gallez & Babloyantz	C. J. disease	4.1 - 5.3	
1989	Gallez & Babloyantz	Sleep stage 4	4.44 - 6.12	
1989	Rapp <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (occipital leads)	3.4 - 4.3	
1989	Rapp <i>et al.</i>	Awake, mental tasks	4.8 ± 0.9	
1990	Konno & Terakado	Awake, eyes closed		1.999 <
1991	Shinagawa <i>et al.</i>	Awake, eyes closed, mental tasks	5.52 ± 0.97	
1991	Shinagawa <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (frontal alpha)	3.68 ± 0.25	1.83 ± 0.02
1991	Shinagawa <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (occipital alpha)	3.47 ± 0.23	1.86 ± 0.03
1991	Shinagawa <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (occipital alpha for patients with epilepsy)	3.62 ± 0.25	1.65 ± 0.13
1991	Shinagawa <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (frontal alpha in Qigong state)	4.54 ± 0.21	
1991	Shinagawa <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (occipital alpha in Qigong state)	4.16 ± 0.27	
1991	Shinagawa <i>et al.</i>	Awake, eyes closed (alpha-beta mixed)	4.5 - 5.5	

\* Babloyantz(1989) の表を改変

えて、脳波データ採取の為のハードウェアも含まれる。というのも、ハードからのノイズやハード自身の持つ精度などが測定結果に大きく影響するからである。また、相関積分やその他のフラクタル解析計算に用いられるコンピュータアルゴリズムにも依存するようである<sup>31)</sup>。後者の点は、ひいては、一般の時系列データのフラクタル解析そのものの方法論上の問題点といえる<sup>2), 11), 12), 19), 20), 23), 26), 31), 34)</sup>。さらに、脳波に対してフラクタル解析がうまく適用できるものかという疑問もある。脳波の定常性については、サンプル対象が人間であることも一因だが、脳波の「同じ状態」が続く時間を捉えることはほとんど不可能である。サンプル対象となる人間の外的環境が一定であっても、脳波が定常とは判断できない。十分に短いサンプル時間長のデータを用いることによってこの困難をできるかぎり避けるしかないのだが、短いサンプル時間長で多くのデータを取ると、サンプル時間間隔が短くなるために、ハードウェアからのノイズやハードウェアの精度による影響を受けやすくなる。

特に、相関積分を用いたフラクタル解析では、与えた高次元空間内に脳波の時系列による軌道を構成し、その高次元空間に埋め込まれたその軌道を作るパターンのフラクタル次元を求めていることになるが、上で述べたような理由で軌道は揺らいでおり、実際、軌道によるパターンはアトラクターのようにみえる場合もあるが、それは確かではない。これまでの研究では、てんかん (epilepsy) 脳波の様な特異な場合に対して、軌道がアトラクターを実現しているのではないかと推察されているが、通常の状態の脳波に関しては、確かな結果が出ていないことは、表 2 にも表われている<sup>2), 4), 5), 7)</sup>。

しかし、特異な場合の脳波について、アトラクターが存在することがもっとはっきりと証明されるようになれば、その脳波の生起メカニズムを決定論的力学系で記述できることになる。こうして求められた脳波生起に関わる決定論的力学系が特異的な状態でだけ働いているとは考えにくいので、一般の脳波の生起メカニズムについても決定論的力学系が存在すると期待できる<sup>33)</sup>。特異的、または、病理的な脳波の内でも、同定しやすいてんかん脳波などは、フラクタル解析にとって面白い研究対象といえる。

一方、フラクタル次元が脳波の状態を敏感に反映するものならば、脳波のフラクタル次元によって、脳波の状態をラベルできる可能性がでてくる。つまり、状態の遷移の臨界時の同定をフラクタル次元を使ってで

きないかという期待である<sup>1)</sup>。これについても脳波の採取上、および、フラクタル解析上の技術的な問題がある。

このように、脳波のフラクタル次元に関する研究が多数行なわれているものの、解決すべき問題や課題は山積みである。Dvorák らは、表 2 が示すような結果の多様さを脳波のサンプルの方法論の観点から問い直そうとしている。彼らは、脳波サンプル用電極の位置と、得られるフラクタル次元 (特に相関積分を使ったもの) の間には強い相関があるのではないかという疑問を投げ掛けている。さらに、脳波のフラクタル次元がデータをサンプルした電極によって異なることから、脳波のフラクタル次元の空間的な分布にも興味を持っている。著者らの研究によれば、多くの人の前頭と後頭から得られた  $\alpha$  波のフラクタル次元は統計的に有意に異なるが、同じ傾向が安静閉眼状態の同一の人の同一時間におけるフラクタル次元の空間分布にも認められることが示唆されている。また、脳波のフラクタル次元空間分布には被験者による差があるものの、同一の人では、その分布の特徴が、状態を異にしても保存される傾向があることも示されている<sup>27), 28)</sup>。

脳波に関するフラクタル解析が今後どのような方向に向かうのか、それともこれまで通りに五里霧中が続くのか… いずれにせよ、脳波という研究対象を通じてフラクタル解析の開発が進めば、「よし」、脳波生起のモデルの構築に一助あれば、「まさによし」、である。

## 謝辞

本稿を書くにあたって、同僚の河野貴美子氏には有益な助言をもらった。また、原稿作成にあたり、小糸秀美さんには大変お世話になった。ここに感謝の意を述べます。

## 文 献

- 1) Arle, J. E. and Simon, H. (1990) *Electroencephalography and clinical Neurophysiology*, **75**, 296-305.
- 2) Babloyantz, A. (1989) *Measures of Complexity and Chaos*, p. 51-62, Plenum Press, NATO ARW Series.
- 3) Babloyantz, A. : *Mathematical Approaches to Brain Functioning Diagnostics* (Praque, Czechoslovakia, 1990)
- 4) Babloyantz, A., Destexhe, A. (1986) *Proc. Natl. acad. Sci. USA*, **83**, 3513-3517.
- 5) Babloyantz, A., Destexhe, A. (1988) *From Chemical to Biological Organisation*, p. 307-316, Springer-Verlag.
- 6) Babloyantz, A., Destexhe, A. : 1st European Conference on Mathematics Applied to Biology and Medicine

- (Grenoble France, 1991)
- 7) Babloyantz, A. Salazar, J. M., Nicolis, C. (1985) *Phys. Lett. A*, **111**, 152-156.
  - 8) Brazier, M. A. B. (1965) The application of computers in electroencephalography, Stacy and Wazman.
  - 9) Cohen, A., Procaccia, I. (1985) *Phys. Rev. A*, **31A**, 1872-1882.
  - 10) Destexhe, A. (1990) *Phys. Lett. A*, **143**, 373-378.
  - 11) Destexhe, A., Sepulchre, J. A., Babloyantz, A., (1988) *Phys. Lett. A*, **132**, 101-106.
  - 12) Dvorák, I. : 1st European Conference on Mathematics Applied to Biology and Medicine (Grenoble, France, 1991)
  - 13) Elul, R. (1972) *Internat. Rev. of neurobiology*, **15**, 227-272.
  - 14) Flook, A. G. (1978) *Powder Technol.*, **21**, 95-298.
  - 15) Fowler, A. D., Stanley, H. E. (1989) *Nature*, **341**, 134-138.
  - 16) Frost, J. J. D. (1976) *Handbook of EEG and Clin. Neurophysiol.*, **6**, 150-175.
  - 17) Grassberger, P., Procaccia, I. (1983) *Phys. Rev. Lett.*, **50**, 346-349.
  - 18) Grassberger, P., Procaccia, I. (1983) *Physica*, **9D**, 189-208.
  - 19) 樋口知之 (1989) *統計数理*, **37**, 209-233.
  - 20) Jankovicova, A. : Mathematical Approaches to Brain Functioning Diagnostics (Prague, Czechoslovakia, 1990).
  - 21) Jasper, H. H. (1958) *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, **370**.
  - 22) Kiloh, L. G., McCmas, A. J., Osselton, J. W. and Upton, A. R. M. (1981) *Clinical Electroencephalography Fourth Edition*, Butterworths & Co. Ltd.
  - 23) 今野紀雄, 寺門弘訓 (1990) *電子情報通信学会論文誌*, **J73-D-II**, 1593-1595.
  - 24) Mandelbrot, B. B. (1982) *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, San Francisco.
  - 25) Ohsuga, M. : International Symposium on Future Electron Devices—Bioelectronic and Molecular Electronic Devices (Tokyo, 1985).
  - 26) Palus, M. and Dvorák, I. : *Mathematical Approaches to Brain Functioning Diagnostics* (Prague, Czechoslovakia, 1990).
  - 27) Shinagawa, Y., Kawano, K., Matsuda, H., Seno, H., Koito, H. (1991) *Forma* (in press)
  - 28) Shinagawa, Y., Seno, H., Kawano, K., Koito, H. (1991) *Biophys. J.*, **59**, 172a.
  - 29) Skarda, C. A., Freeman, W. J. (1987) *Behavioral and Brain Sciences*, **10**, 161-195.
  - 30) Smith, T. G., Marks, W. B., Lange, G. D., Sheriff Jr., W. H. and Neale, E. A. (1989) *J. of Neuroscience Methods*, **27**, 173-180.
  - 31) 高安秀樹 (1987) *フラクタル科学*, pp. 258, 朝倉書店, 東京.
  - 32) Takens, F. (1980) *Dynamical Systems and Turbulence*, p. 365-381, Springer, New York.
  - 33) 津田一郎 (1990) *カオスの脳観—脳の新しいモデルをめざして*, pp. 220, サイエンス社.
  - 34) Watt, R. C., Hameroff, S. R. (1988) *Int. J. Clin. Monit. Comput.*, **5**, 3-13.
  - 35) 登田栄一, 土門正治, 中村正 (1984) *歯科放射線*, **23**, 252-255.

### しながわ よしや



1957年京大医学部卒。1962年京大医学部講師, 1968年同助教授。1983年より日本医科大学教授。分子, 細胞, 大脳生理学と10年ごとに主テーマを変えてきたが, 現在, フラクタル・カオスに情熱を燃やしている。趣味では, 大脳生理学研究の考え方を取り入れた右脳俳句を提唱, 俳句同人詩「雲雀」の主宰を務め, 『右脳俳句』(講談社文庫)の著書がある。

☎03-3822-2131 内線247

### せの ひろみ



昭和35年子年岩国市生まれ。1989年より日本医科大学基礎医学情報処理室助手。1990年京都大学理学博士。数理モデルを介して自然現象を覗いてみたら…を希望。不均質環境における個体群動態が公の中心興味。「素敵は, 何にでも面白さを見いだせる心の余裕」「欲せず求めて止まず」「満足を常とする」

☎03-3822-2131 内線394