

食物連鎖におけるエネルギー栄養段階の数に関する数理モデル解析

A Mathematical Model for The Number of Energy Trophic Levels in Food Chain

*松岡功・**瀬野裕美

*広島大学理学部数学科, **広島大学理学研究科数理分子生命理学専攻

*Tutomu MATSUOKA and **Hiromi SENO

*Department of Mathematics, Faculty of Science

**Department of Mathematical and Life Sciences, Graduate School of Science

Hiroshima University, Kagamiyama 1-3-1, Higashi-hiroshima 739-8526 JAPAN

seno@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

生態系では、緑色植物などが光合成によって生成したエネルギーは、栄養段階と呼ばれる段階を移動する。第1栄養段階は光合成によりエネルギーを生成する生物、第2段階は植食動物、第3段階以上は肉食動物から成る。本研究では、次の数理モデルの解析によって、安定に存在できる食物連鎖を成す栄養段階の数に関する理論的考察を行った:

$$\begin{aligned}\frac{dN_{i,m}}{dt} &= \alpha_i N_{i-1,m} N_{i,m} - \delta_i N_{i,m} - \alpha_{i+1} N_{i,m} N_{i+1,m} \quad (2 \leq i \leq m-1) \\ \frac{dN_{1,m}}{dt} &= \phi - \delta_1 N_{1,m} - \alpha_2 N_{1,m} N_{2,m} \\ \frac{dN_{m,m}}{dt} &= \alpha_m N_{m-1,m} N_{m,m} - \delta_m N_{m,m}\end{aligned}$$

$N_{i,m} = N_{i,m}(t)$ は、 m 栄養段階から成る食物連鎖の第 i 栄養段階 (第 i 段階) に、時刻 t において存在するエネルギー量である。 α_i は、第 $i-1$ 段階から第 i 段階へのエネルギー移動率であり、 δ_i は、第 i 段階におけるエネルギー損失率である。エネルギー生産量が植物及び植食動物の増減に依存しない、定常な環境を仮定し、第1段階におけるエネルギー生産率を一定値 ϕ とする。確立する段階数は、エネルギー生産率 ϕ に依存して決まり、パラメータ α_i, δ_i の値のとり方によって、無限の段階数も確立され得ることが、数学的に証明できる。また、存在し得る食物連鎖の長さが有限な上限をもつ条件も導くことができる。特に、各パラメータが栄養段階に依らず全て等しい場合には、無限段階数の食物連鎖は確立され得ない。この場合、可能な最長の食物連鎖において、各段階に存在するエネルギー量の分布は、必ず、下位ほど大きいピラミッド構造を示す。しかし、最上位の段階を取り除くと、ピラミッド構造は崩れる。それでも、偶奇段階のそれぞれについては、その単調性は維持されている。本研究では、栄養段階数及びエネルギー量の分布について、さらに詳細な解析結果を体系的にとりまとめつつある。

In ecosystem, plants produce energy by photosynthesis. Energy transfers from plants to herbivores, and then, to carnivores through the food chain composed with trophic levels. The first and the second trophic levels consist of plants and herbivores respectively, and the uppers do of carnivores. We consider the possible number of trophic levels in the food chain by analyzing the above system to govern the temporal variation of energy reserves in the food chain with m energy trophic levels. $N_{i,m} = N_{i,m}(t)$ is the energy reserve of the i th trophic level. Parameters α_i, δ_i and ϕ are all positive constants. α_i is the energy transfer rate from the $i-1$ th trophic level to the i th, δ_i the energy dissipative rate for the i th trophic level, and ϕ the primary production rate. We assume the stationary environment such that the primary production rate is independent of variations in the energy reserve of plants and herbivores. The possible number of established trophic levels is essentially determined by ϕ . We can show that the infinitely long chain can be established with some conditions for α_i, δ_i and ϕ . There is the upper limit for the number of established trophic levels in the other case. In a specific case when $\alpha_i = \alpha$ and $\delta_i = \delta$ for every i , the infinitely long chain cannot be established. In this case, we find that, for the possibly longest chain, the lower trophic level has greater energy reserve than the higher has, so that the distribution of energy reserve can be regarded as a pyramid shape. Besides, if the top level is removed in this case, the pyramid shape cannot be maintained although the even (resp. odd) levels keep such monotonicity in terms of energy reserve. We are going to get some systematic discussions with more detail analysis about the structure of energy food chain given by our model.