

ベイツ型擬態種による捕食行動の変化を導入した個体群動態モデル

A mathematical model of population dynamics

with a predator's behavioral change by the Batesian mimic prey

河野 孝弘

Takahiro KOHNO

広島大学理学部数学科

Department of Mathematics Faculty of Science Hiroshima University

Kagamiyama 1-3-1, Higashi-hiroshima 739-8526 JAPAN

b054373@hiroshima-u.ac.jp

本研究では、model 種と mimic (擬態) 種、その捕食者種の中の個体群動態の数理モデルを解析した。捕食者における探索像の記憶と忘却により捕食確率が変化する。毎日の捕食活動時間における個体群動態を常微分方程式系で与え、その T 日間で定められる捕食シーズンの後、Beverton–Holt 差分方程式モデルにより与えられた、生き残った個体による繁殖が、次の捕食シーズンの初期条件を定めるという過程によって構築された数理モデルを解析した。model 種と mimic 種は捕食者に同類の餌として認識される。model 個体を捕食した捕食者の捕食確率は 0 に、mimic 個体を捕食した捕食者の捕食確率はある高レベルに遷移する。捕食者個体群サイズは餌個体群サイズに依存せず、一定であるとする。捕食シーズン k 日目の捕食活動時間終了時の、model 個体群サイズ m_k^* 、mimic 個体群サイズ x_k^* を、 $k+1$ 日目の捕食活動時間開始時の初期値とする。また、捕食活動時間終了時の高捕食確率状態にある捕食者の頻度 p_k^{+*} 、捕食回避状態にある捕食者の頻度 p_k^{-*} は、捕食履歴 (記憶) の忘却により、翌日までにある一定の割合で減少し、その減少した頻度分により、翌日の中庸な捕食確率状態にある捕食者の初期頻度 $p_{k+1}^0(0)$ が定まる。以上の数理モデリングによる数理モデルから、 (m_k^*, x_k^*) と、 (m_{k+1}^*, x_{k+1}^*) の間の差分方程式系を導出することができる。さらに、その差分方程式系に基づいて、 $(m_1(0), x_1(0))$ と (m_T^*, x_T^*) の間の関係式が得られる。繁殖シーズンでは、model 個体群と mimic 個体群の繁殖は、Beverton–Holt 差分方程式モデルに従うものとして、捕食シーズン終了時の (m_T^*, x_T^*) と次の捕食シーズン開始時の $(m_1(0), x_1(0))$ の間の関係式が与えられる。これらの関係式により、 n 回目の捕食シーズン開始時の餌個体群サイズ $(M_{n,0}, X_{n,0})$ と、 $n+1$ 回目の捕食シーズン開始時の餌個体群サイズ $(M_{n+1,0}, X_{n+1,0})$ の間の関係 (差分方程式) を導出し、解析することにより、餌個体群の存続条件を導出できる。model 個体群の存続条件は、mimic 個体群サイズに依存しないが、mimic 個体群の存続条件は、model 個体群サイズと捕食者の探索像記憶保持の程度に依存することが証明できた。

In this work, we analyze a mathematical model of the population dynamics among a model, a mimic, and their predator populations. The predator changes its predation probability by memorizing and forgetting its search image. We analyze a mathematical model consisting of the per day population dynamics with ordinary differential equations, the per season population dynamics with difference equations, and the per year population dynamics with difference equations. The reproduction is given by what is called Beverton–Holt model. Each predation season is composed with the per day dynamics repeated day by day in T days. The predator cannot distinguish the mimic from the model, so that each predator searches and attacks them with common probability. Once a predator predate a model individual, it comes to omit both the model and the mimic species from its diet menu, and then not to search nor attack them in the same day. If a predator predate a mimic individual, it comes to increase the search and attack probability for the model and the mimic. The predator population size is assumed to be kept constant, independently of the model and the mimic population sizes. The model and the mimic population sizes, m_k^* and x_k^* , at the end of the k th day in the predation season give their initial values at the beginning of the $k+1$ th day. The frequency of predators with higher predation probability, p_k^{+*} , and that with zero predation probability, p_k^{-*} , at the end of the k th day decreases by a rate until the next day, because of the predator's forgetting the searching image. Hence, there is a positive frequency of predators with an intermediate (native) predation probability at the beginning of each day in the predation season. We derive a difference equation system to give the relation between (m_k^*, x_k^*) and (m_{k+1}^*, x_{k+1}^*) . With the derived differential equations, we can get the relation between $(m_1(0), x_1(0))$ and (m_T^*, x_T^*) . The reproduction of the model and the mimic populations is given by Beverton–Holt model, which subsequently gives the relation between (m_T^*, x_T^*) at the end of the predation season and $(m_1(0), x_1(0))$ at the beginning of the next predation season. With these relations, we can derive and analyze the relation between $(M_{n,0}, X_{n,0})$ at the beginning of the n th predation season and $(M_{n+1,0}, X_{n+1,0})$ at the beginning of the $n+1$ th. Then, we can find the condition for the persistence of model and mimic populations. At last, we can get the result such that the condition for the persistence of model does not depend on the mimic population size, while the condition for the persistence of mimic population does depend on the model population size and the degree of the predator's memory of the search image.