

複数回交尾戦略における最適エネルギー配分に関する理論的考察

Some Theoretical Considerations on The Optimal Energy Allocation in Multiple Mating Strategy

井上 宏樹

広島大学理学部数学科

Hiroki INOUE

*Department of Mathematics, Faculty of Science, Hiroshima University**Kagamiyama 1-3-1, Higashi-hiroshima, 739-8526 JAPAN*

We consider the optimal number of matings and the optimal energy allocation for the multiple mating strategy in a finite length of reproduction season, making use of a mathematical model given by (1) and (2). Let J_n be the expected reproductive success of female which takes n times mating strategy, $\Pi_{k/n}$ the probability that the female succeeds in matings k times for the n times mating strategy, and $\langle R_{s/n} \rangle$ the expected number of offsprings that can grow up to their maturity, which are born at the s th mating of the female with the n times mating strategy. We assume that the female has the total energy E allowed to be used for her mating and reproduction, and allocates $\theta_k E$ to the k th mating and reproduction. $V(t)$ is the female's survival probability until time t in the reproduction season defined by the interval $[0, T]$, and $P(t)$ the probability of successful matings until time t . σ_k is the survival probability of offspring until its maturity after the birth by the k th mating of its mother. With mathematical analysis on our model, we can prove that, if the survival probability of offspring is independent of which mating it is born by, the single mating strategy is always optimal. In contrast, if the survival probability of offspring depends on when it is born or on the mother's condition when bears the offspring, the multiple mating strategy could be optimal.

本研究では、ある有限な繁殖期間内に、複数回交尾戦略をとる雌個体が、全交尾から期待される繁殖成功度を最大にするための、交尾回数、各交尾へのエネルギー配分について、理論的な考察を行った。 n 回交尾戦略をとる雌の期待繁殖成功度 J_n を次式で与える：

$$J_n = \sum_{k=1}^n \left\{ \Pi_{k/n} \sum_{s=1}^k \langle R_{s/n} \rangle \right\} = \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\sum_{s=k}^n \Pi_{s/n} \right) \langle R_{k/n} \rangle \right\} \quad (1)$$

$\Pi_{k/n}$, $\langle R_{s/n} \rangle$ は、それぞれ、 n 回交尾戦略で k ($\leq n$) 回のみ交尾に成功する確率、 s 回目の交尾によって産まれた子の成熟個体までの生残期待値を表す。繁殖期間における交尾成功確率、雌個体の死亡確率を考慮し、確率過程の考え方に基づいて、次のような数理モデリングを行った：

$$\begin{aligned} \Pi_{k/n} &= \Pi_{k/k+1} = \Pi_{k/k} - \Pi_{k+1/k+1} \quad (k < n); \Pi_{k/k} = \int_0^T V(\tau) p(\tau) U_{k-1}(\tau) d\tau; P(t) = \int_0^t p(\tau) d\tau; \\ U_{k+1} &:= \int_0^t \frac{p(\tau)}{1-P(\tau)} U_k(\tau) d\tau; U_1 := \int_0^t \frac{p(\tau)}{1-P(\tau)} d\tau; U_0 := 1; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\langle R_{k/n} \rangle = \sigma_k \theta_k E$$

$V(t)$ を繁殖期間 $[0, T]$ における時刻 t までの雌個体の生存率、 $P(t)$ を雌個体が時刻 t までに雄個体との交尾に成功する確率とする。 E は雌個体が交尾・繁殖行動に投資できる総エネルギー、 θ_k は k 回目の交尾・繁殖行動へのエネルギー投資率である。また、 σ_k は k 回目の交尾・繁殖によって産み落とされた子の成熟個体までの個体あたり生存確率である。この数理モデルを考察した結果、産み落とされた子の生存確率が、何回目の交尾・繁殖による子であるかに依存せず等しい場合 ($\sigma_k = \sigma$) には、常に、1 回交尾戦略が最適であり、複数回交尾戦略は適応的になり得ないことが証明された。複数回交尾戦略が適応的になるためには、産まれる子の生存確率 (したがって、適応度) が、産み落とされた時点や、産み落とす母親の状態に依存していることが必要であることが示唆された。