

卒業論文要旨

収穫休憩期による生物資源の持続性に関する数理的考察

Some Mathematical Considerations on Sustainability of Biological Resource with Harvesting Fallow Period

沖本 健吾

広島大学理学部数学科

Kengo OKIMOTO

Department of Mathematics, Faculty of Science, Hiroshima University

Kagamiyama 1-3-1, Higashi-hiroshima, 739-8526 JAPAN

We consider how the sustainability of biological resource depends on the nature of harvesting fallow period. It is assumed that the harvesting period and the harvesting fallow period are repeated with constant length. Harvesting is of a constant rate within the harvesting period. We analyze the model (1) modified from the logistic equation, introducing temporally intermittent harvesting. $N(t)$ is the size of biological resource at time t , where r is the intrinsic rate of natural increase of the biological resource, b the density effect coefficient, h the harvesting rate in the harvesting period, T the length of harvesting period, and τ the length of harvesting fallow period.

Analyzing (1), we can derive the threshold for the size of biological resource to avoid its exhaustion by over-harvesting, and analyze the dependence of threshold on the harvesting rate and the length of harvesting fallow period.

本研究では、収穫休憩期の特性がどのように生物資源の持続性に関わり得るかに関して、時間周期的な収穫休憩期を導入した次の logistic 型モデルを考察した：

$$\begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} &= \{r - bN(t)\}N(t) - H(N(t), t) \\ H(N, t) &:= \begin{cases} \theta(N)h & \text{for } t \in I_k^+ := [(k-1)(T+\tau), (k-1)(T+\tau) + T); \\ 0 & \text{for } t \in I_k^- := [(k-1)(T+\tau) + T, k(T+\tau)) \end{cases} \\ \theta(N) &:= \begin{cases} 1 & \text{for } N > 0; \\ 0 & \text{for } N \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

$N(t)$ は時刻 t における生物資源サイズ、 r は生物資源に固有の内的自然増加率、 b は密度効果係数、 h は収穫期における瞬間収穫速度を表す。また、 T を収穫期の長さ、 τ を収穫休憩期の長さとし、 I_k^+ は k 回目の収穫期、 I_k^- は k 回目の収穫休憩期を表す ($k = 1, 2, \dots$)。収穫期と収穫休憩期の長さは一定であり、交互に繰り返される。収穫期には、一定の収穫速度 h で収穫が行われる。このため、数学的には、ある収穫期において、過収穫となり、生物資源が枯渇する ($N = 0$ となる) こともあり得る。初期条件として、 $t = 0$ における生物資源サイズは、収穫が行われない場合の生物資源サイズに対する (logistic 型増殖から導かれる) 環境許容量 r/b を超えない値とする。

数理モデル (1) を解析した結果、過収穫によって、生物資源が枯渇しないための生物資源サイズに関する閾値を導出し、収穫速度 h と収穫休憩期長 τ への閾値の依存性を調べた。