

前年の感染規模が予防水準に及ぼす影響を考慮した感染規模年変動の数理モデル

A Mathematical Model for The Annual Variation of Epidemic Outbreak
with Prevention Level Affected by Incidence Size in The Last Season

寺田 恵華

広島大学理学部数学科

Ayaka TERADA

Department of Mathematics, Faculty of Science, Hiroshima University

Kagamiyama 1-3-1, Higashi-hiroshima, 739-8526 JAPAN

For a variety of infectious diseases, annual oscillation of large and small incidence sizes has been observed. One of potential causes for such annual oscillation would be the response of prevention level to the incidence size in the last epidemic season: The prevention level would be increased if the incidence size is large in the last season. In this work, to theoretically consider this cause for the annual oscillation of incidence size about the infectious disease, we constructed and analyzed a simple mathematical model about the annual variation of incidence size affected by that in the last season. We assume that the epidemic dynamics in each season is governed by the well-known Kermack–McKendrick SIR model, neglecting the variation of total population size within the season. We can derive the final-size equation that gives $R_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} R(t)$ for the SIR model. Let $R_\infty(k)$ be the incidence size in the k th season, $N(k)$ be the total population size, and $z_k = R_\infty(k)/N(k)$ be the relative incidence size. We assume that the incidence size in the last season influences the infection coefficient σ_k and the recovery rate ρ_k , so that let $\sigma_k = \sigma(z_{k-1})$ and $\rho_k = \rho(z_{k-1})$. We regard ρ_k/σ_k as an index of the prevention level at the k th season, and give $\rho_k/\sigma_k = \rho(z_{k-1})/\sigma(z_{k-1}) = f(z_{k-1})$. In this work, we considered the below model (1) which gives the annual variation of incidence size. Our analysis shows that the change of prevention level responding to the incidence size in the last season could cause the annual oscillation of biennial epidemic outbreaks with intermediate or subtle incidence size between them. Such response of the prevention level to the past incidence size could be a driving force for the annual oscillation of incidence size.

インフルエンザをはじめとする感染症の流行には、大流行と小流行を繰り返す様相が見られる。これには、前年の流行により、翌年促される様々な予防対策が感染症流行を抑制する効果も働いている可能性があるのではないだろうか。本研究では、感染症流行の年変動についてのこの可能性に関する理論的な考察を行うために、前年の感染規模（感染症罹患総数）が、翌年の感染症伝染ダイナミクスに及ぼす影響を導入した基本的な数理モデルの解析を行った。

毎年の感染シーズンにおける感染症伝染ダイナミクスは、最も基本的な Kermack–McKendrick 型 SIR モデルで記述できるとする。感染シーズン中における総個体群サイズの変動は無視する。この SIR モデルについて、感染シーズン終了時の免疫獲得者個体群サイズで定義される感染規模 $R_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} R(t)$ を与える極限方程式を導出することができる。 k 年目の感染シーズンについての感染規模を $R_\infty(k)$ 、総個体群サイズを $N(k)$ とし、 $z_k = R_\infty(k)/N(k)$ で k 年目の総個体群サイズに対する相対感染規模を表す。 k 年目の感染係数 σ_k 、回復率 ρ_k が前年の感染規模の影響を受けるという仮定を数理モデルに導入し、 $\sigma_k = \sigma(z_{k-1})$ 、 $\rho_k = \rho(z_{k-1})$ とする。 ρ_k/σ_k を k 年目の予防水準の指標として扱い、 z_{k-1} の関数 $\rho_k/\sigma_k = \rho(z_{k-1})/\sigma(z_{k-1}) = f(z_{k-1})$ によって与えられるものとする。本研究では感染規模の年変動ダイナミクスを支配する次の数理モデルを考察した：

$$\begin{aligned} z_k &= 1 - e^{-\{N(k)/f(z_{k-1})\}z_k} \\ f(z) &= f_0 e^{\alpha z} \end{aligned} \tag{1}$$

解析により、数理モデル (1) による感染規模年変動には、一定規模の流行を繰り返される場合、中規模と大規模の流行を繰り返す場合、流行しない年と大規模の流行を起こす年を繰り返す場合の 3 パターンが現れうることがわかった。この結果は、前年の感染規模に対する予防水準の応答性が、結果として現れる感染規模を左右しうることが示唆している。