# 2006年2月

$\boxed{1}$ 平面 $\mathbf{R}^2$ の領域 $D$ における次の重積分を, 極座標変換を用いて計算せよ.

$$I = \iint_D \frac{xy}{x^2+y^2}\,dxdy, \qquad D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 |\, x^2+y^2 \leq x,\, 0 \leq y\}.$$

$\boxed{2}$ $V$ を実数体 $\mathbf{R}$ 上の有限次元ベクトル空間とし，$g : V \times V \to \mathbf{R}$ を対称双一次形式とする．また，$g$ は非退化，すなわち，$x \in V$ に対して

$$g(x,y) = 0 \quad (\forall y \in V) \implies x = 0$$

とする．

(i) $W$ を $V$ の部分ベクトル空間とし，$W^\perp = \{x \in V \mid g(x,y) = 0\ \forall y \in W\}$ とする．このとき，$\dim W + \dim W^\perp = \dim V$ が成り立つことを示せ.

(ii) ある $x, y \in V$ に対し，$g(x,x) > 0$, $g(y,y) < 0$ とする．このとき，ある 0 でない $z \in V$ が存在して $g(z,z) = 0$ となることを示せ.

(iii) $z \in V$ を $z \neq 0$ かつ $g(z,z) = 0$ とする．このとき，ある $w \in V$ が存在して $g(z,w) = 1$ かつ $g(w,w) = 0$ となることを示せ.

$\boxed{3}$ 修士論文等で研究した数学のテーマを述べなさい．また，その中で特に興味を持った理論・定理等を述べ，その概略を説明しなさい.