

レーマン行列と分割可能グラフの類似性 について

篠原英裕 (大阪大学情報科学研究科)

J_n をすべての成分が 1 である n 次正方行列、 I_n を n 次単位行列とする。 $(0, 1)$ 正方行列 X, Y のペアは $\exists d \geq 1$ に対して $XY^T = J_n + dI_n$ を満たすときレーマン行列と呼ばれ、特に $d = 1$ のときは薄レーマン行列とよばれる。また、 $(0, 1)$ 行列は対応する集合被覆問題が線型計画法で解けるときに ideal であるといわれる。レーマン行列は行列の ideal 性に重要な役割を果たしているが、特に薄いものはあまり例が知られていなかった。

一方、 $XY^T = J_n - I_n$ を満たす行列は分割可能グラフのクリーク接続行列として知られる。このタイプの行列は理想グラフの理論でやはり大きな役割を果たしている。1984 年、Chvatal 達は分割可能グラフを構成するために有限群 G の near-factor (A, B) を $|A| \cdot |B| = |A * B| = |G| - 1$ および $|A|, |B| \geq 2$ を満たす集合として導入した。

今回の発表では薄レーマン行列を構成するために有限群 G の 1-overlapped factor (A, B) を $|A| \cdot |B| = |G| + 1$, $A * B = G$ および $|A|, |B| \geq 2$ を満たす集合として導入する。さらに near-factor と 1-overlapped factor に関するいくつかの構造定理を紹介する。