

代数的組合せ論「夏の学校 2014」

2014年6月15日 ~ 18日

秋保リゾート ホテルクレセント

講師 (50音順)

奥田 隆幸 (広島大学)・須田 庄 (愛知教育大学)・田中 太初 (東北大学)・野崎 寛 (愛知教育大学)・花木 章秀 (信州大学)・坂内 英一 (上海交通大学)・坂内 悦子・平木 彰 (大阪教育大学)・宗政 昭弘 (東北大学)・粕原 幸二 (熊本大学)

プログラム

6月15日

16:50-17:00 集合・連絡事項

17:00-18:00 宗政 「アソシエーションスキーム入門」

6月16日

08:30-09:30 宗政 「アソシエーションスキーム入門」

09:40-10:40 平木 「距離正則グラフ入門」

10:50-11:50 平木 「距離正則グラフ入門」

(昼食)

13:10-14:10 粕原 「Cyclotomic schemes and related problems」

14:20-15:20 粕原 「Cyclotomic schemes and related problems」

15:50-16:50 田中 「Delsarte 理論入門」

17:00-18:00 田中 「Delsarte 理論入門」

6月17日

08:30-09:30 野崎 「球面上の代数的組合せ論入門」

09:40-10:40 野崎 「球面上の代数的組合せ論入門」

10:50-11:50 須田 「 Q -多項式スキーム」

(昼食)

13:10-14:10 須田 「 Q -多項式スキーム」

14:20-15:20 坂内 (悦) 特別講義「Euclidean designs and relative t -designs in Q -polynomial schemes」

15:50-16:50 坂内 (英) 特別講義「いくつかの未解決問題についての議論 (Discussions on some open problems)」

6月18日

09:00-10:00 花木 「Representations of association schemes and coherent configurations」

10:10-11:10 花木 「Representations of association schemes and coherent configurations」

11:20-12:20 奥田 「デザイン理論とアソシエーションスキームの一般化についての考察」

(昼食)

13:40-14:40 奥田 「デザイン理論とアソシエーションスキームの一般化についての考察」

14:40-14:50 連絡事項・解散

アブストラクト (プログラム順; 5/30 更新)

- 平木 彰 (大阪教育大学)

「距離正則グラフ入門」

代数的組合せ構造をグラフに表現したとき、多くのグラフが強い正則性を持っている。その中でも、「距離正則」という強い正則性をもつグラフについて考察する。

この講義は大学院 1 回生を対象とした「入門編」であり、「グラフとは何か？」から始め、わかりやすい具体例としての「多面体」をみながら「距離正則グラフとはどのような正則性を持つグラフなのか？」を理解してもらうことを目的とする。

また、Hamming graph (ハミンググラフ) を具体例としてみながら、部分グラフや正則性について、いくつかの簡単な性質を紹介する。

- 初原 幸二 (熊本大学)

「Cyclotomic schemes and related problems」

トランスレーションスキーム (特に有限体やガロア環上のアソシエーションスキーム) については、数多くの構成法が知られ、また、様々な符号やデザインの問題とも関連して、活発に研究がなされている。一方で、可換群上のトランスレーションスキームの固有値や交差数の計算は、その群上のある指標和の計算の問題に帰着され、数論における問題とごく自然に結びつく。私の講演では、アソシエーションスキームと数論やデザインにおける問題との関係を中心に解説を行う。

前半では、可換群上のトランスレーションスキーム (特に cyclotomic スキーム) に関する一般的事項について解説する。特に、群の指標を用いたトランスレーションスキームの固有値の算法、連結性の判定法、双対スキームについて解説を行う。また、cyclotomic スキームの固有値や交差数と、有限体上の古典的な指標和との関係について解説する。

後半では、cyclotomic スキームの各 relation が比較的少ない数の固有値を取る場合 (例えば、強正則グラフになる場合) の特徴付けに関する先行研究を紹介し、また、私自身の最近の研究の進展についても紹介したい。

- 田中 太初 (東北大学)

「Delsarte 理論入門」

符号やデザイン等を含む種々の組合せ的対象は、適当なアソシエーションスキームの頂点集合の部分集合とみなすことができます。Delsarte は 1973 年の学位論文で、線形計画法の手法を駆使することにより、これらの組合せ的対象を解析する統一的かつ非常に強力な理論を確立しました。この Delsarte 理論は現在でも代数的組合せ論に於いて中心的な役割を果たしています。

本講義では、アソシエーションスキーム上の符号やデザイン等の基本的な概念の導入から初め、符号・デザインの位数の線形計画限界について、具体例を紹介しながら解説します。さらに、アソシエーションスキームが P -多項式または Q -多項式の場合に、符号やデザインの (最小距離等の) いくつかのパラメータが満たす不等式を導き、等号が成立する場合について考察します。また、トランスレーションスキームに於ける符号・デザインの概念の双対性についてもお話ししたいと思います。

- 野崎 寛 (愛知教育大学)

「球面上の代数的組合せ論入門」

どのような球面上の点の配置が「良い」ということが出来るだろうか。そのような、素朴な問題意識から出発し、球面上の代数的組合せ論と関連の深い、接吻数配置、最適コード、球面デザイン、距離集合などの概念について紹介する。それらの概念は、調和多項式やゲーゲンバウワー多項式の理論に基づいた線形計画法と、アソシエーションスキームと深く関わりながら発展してきた。いくつか基本的な定理を証明の概略と共に紹介したい。

- 須田 庄 (愛知教育大学)

「 Q -多項式スキーム」

Q -多項式スキームは距離正則グラフの双対的な概念として登場し、デザイン理論を展開する場としても重要である。その定義から Q -多項式スキームの研究には付随する直交多項式およびクライン数を用いたものと原始冪等元を用いたものが代表的である。本講演では Q -多項式スキームのいくつかの定義 (クライン行列、原始冪等元、指標表による定義) が同値であることを確認し、Hamming scheme, Johnson scheme といった有名な例が実際に Q -多項式スキームとなることを示す。

Q -多項式スキームおよび実球面上の Delsarte 理論により、tight およびそれに近いデザインから Q -多項式スキームが得られる。対称 2-デザイン, linked systems of symmetric designs, mutually unbiased bases といったデザイン理論的な対象からどのように Q -多項式スキームが得られるか、また原始冪等元による球面への埋め込みを通じてどのように特徴づけられるかを述べる。

- 坂内 英一 (上海交通大学)

「いくつかの未解決問題についての議論 (Discussions on some open problems)」

いくつかの未解決問題を提示します。いずれの問題も予備知識はそれほど必要としませんが、意味のある問題と自分では考えています。その内のいくつかは既に上海交通大学の学生に提示し進展を見ているものもあるので、それについても紹介します。これらの問題についての参加者との議論を期待しています。

I will propose several open problems. I believe that most of them will be easily understood, but would be meaningful problems. Some of them were already proposed to students of Shanghai Jiao Tong University, and I will also report on some progresses made by them. I will discuss these problems in an informal manner.

- 花木 章秀 (信州大学)

「Representations of association schemes and coherent configurations」

In this lecture, I will talk about introduction of representations of association schemes and coherent configurations. We will begin with ordinary representations, representations over the complex number field, but the main subject of the talk is modular representations, representations over a positive characteristic field. For modular representations, there is no good text book, but many arguments carried out parallel to group representation theory.

There are many examples such that non-isomorphic combinatorial objects define isomorphic algebras. We consider not only adjacency algebras but also standard modules for association schemes and coherent configurations. As an application of our arguments, I will show that p -ranks of incidence matrices of quasi-symmetric designs are obtained by the structure of standard modules.

- 奥田 隆幸 (広島大学)

「デザイン理論とアソシエーションスキームの一般化についての考察」

コンパクト等質空間 G/K に対して、その L^2 関数空間への G -表現の絡作用素全体の成す代数として Hecke 代数が定義される。特に G/K が対称空間である場合にはその Hecke 代数は可換になる。アソシエーションスキームとは、有限集合 X 上の幾何構造で、 X の関数空間に作用する“絡作用素全体の成す代数”に相当するものとして Bose–Mesner 代数が定義できるようなものであり、特に Bose–Mesner 代数が可換であるときそのアソシエーションスキームは可換であると言われる。少し乱暴ではあるが、この意味で (可換) アソシエーションスキームはコンパクト等質空間 (対称空間) の有限版であると言える。

講演者は、コンパクト等質空間と従来のアソシエーションスキームを同じ枠組みで捉えるためのアソシエーションスキームの一般化について研究を行っている。本講演では、デザイン理論 (または

Delsarte 理論) に重点を置いてアソシエーションスキームの定義を一般化した場合, どのようなものが考えられるかということについて議論したい. 特に球面 (ランク 1 のコンパクト対称空間) を連続版のアソシエーションスキームとして理解しなおすにはどうすべきか, その場合どの性質がデザイン理論において重要か, という話に焦点を絞ってお話したい.

世話人

宗政 昭弘, 原田 昌晃, 島倉 裕樹, 田中 太初 (東北大学)