

番号 _____ 名前 _____ 2008年7月18日

a, b を無意味な記号とし、 X を a, b からなる有限列全体の集合とする。

$$\begin{aligned} D = & \{(w_1w_2, w_1aaw_2) \mid w_1 \in X, w_2 \in X\} \\ & \cup \{(w_1w_2, w_1bbw_2) \mid w_1 \in X, w_2 \in X\} \\ & \cup \{(w_1w_2, w_1abababw_2) \mid w_1 \in X, w_2 \in X\} \end{aligned}$$

とおく。 $x = abab \in X, y = ba \in X$ に対し、次を満たす $x_0, x_1, \dots, x_n \in X$ を見つけなさい。

$$\begin{aligned} x &= x_0, y = x_n, \\ \forall i \in \{1, \dots, n\}, & (x_{i-1}, x_i) \in D \text{ or } (x_i, x_{i-1}) \in D. \end{aligned}$$

また、 $x = bab, y = aba$ についても上の条件を満たす $x_0, x_1, \dots, x_n \in X$ を見つけなさい。

解答

$$\begin{aligned} x_0 &= abab = x, \\ x_1 &= b^2(abab) = b(babab), & (x_0, x_1) \in D \\ x_2 &= ba^2(babab) = (ba)(ababab), & (x_1, x_2) \in D \\ x_3 &= ba = y, & (x_3, x_2) \in D. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_0 &= bab = x, \\ x_1 &= a^2(bab) = a(abab), & (x_0, x_1) \in D \\ x_2 &= ab^2(abab) = (ab)(babab), & (x_1, x_2) \in D \\ x_3 &= (ab)a^2(babab) = (aba)(ababab), & (x_2, x_3) \in D \\ x_4 &= aba = y, & (x_4, x_3) \in D. \end{aligned}$$