

2012年4月24日

べき集合の復習。

$$\begin{aligned}1 &\in \mathbb{Z} \\ \implies \{1\} &\subset \mathbb{Z} \\ \implies \{1\} &\in 2^{\mathbb{Z}} \\ \implies \{\{1\}\} &\subset 2^{\mathbb{Z}} \\ \implies \{\{\{1\}\}\} &\in 2^{2^{\mathbb{Z}}}\end{aligned}$$

となるが、無限に続けていくとどうなるか。

$$X = \{\dots\{\{1\}\}\dots\}$$

とおくと、

$$X \in \{X\} = X$$

となる。

$$A = \{Y \mid Y \text{ は集合}, Y \notin Y\}$$

とおくと、

$$A \in A \iff A \notin A$$

となって矛盾する。これがラッセルのパラドックスである。