2012年6月26日配布
2012年7月3日提出
2012年7月10日返却

多項式
$$a = x^4 + 2x^2 + x + 1, b = x^2 + 3x + 1 \in (\mathbf{Z}/7\mathbf{Z})[x]$$
に対して、$sa + tb = 1$ となる $s, t \in (\mathbf{Z}/7\mathbf{Z})[x]$ を求めよ。

$$\begin{aligned} r_0 &= a = x^4 + 2x^2 + x + 1, \\ r_1 &= b = x^2 + 3x + 1 \end{aligned}$$

とおくと、

$$\begin{aligned} r_0 &= r_1 q_2 + r_2, \\ q_2 &= x^2 + 4x + 3, \\ r_2 &= 2x + 5, \\ r_1 &= r_2 q_3 + r_3, \\ q_3 &= 4x + 2, \\ r_3 &= 5 \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned} 1 &= 3 \cdot 5 \\ &= 3r_3 \\ &= 3(r_1 - r_2 q_3) \\ &= 3(r_1 - (r_0 - r_1 q_2) q_3) \\ &= 3(b - (a - b q_2) q_3) \\ &= 4 q_3 a + 3(1 + q_2 q_3) b \\ &= 4(4x + 2) a + 3(1 + (x^2 + 4x + 3)(4x + 2)) b \\ &= (2x + 1) a + (5x^3 + 5x^2 + 4x) b \end{aligned}$$

すなわち、

$$\begin{aligned} s &= 2x + 1, \\ t &= 5x^3 + 5x^2 + 4x. \end{aligned}$$