2012年7月17日

$s(\lambda)$ は底辺の長さ、$t(\lambda)$ は右上角から左下に向かって階段状に行ける長さ。

(A) $s(\lambda) \leq t(\lambda)$ のとき、$s(\lambda)$ を取り去って $t(\lambda)$ の右にくっつける。すると k が 1 減る。

(B) $s(\lambda) > t(\lambda)$ のとき、$t(\lambda)$ を削って $s(\lambda)$ の下にくっつける。すると k が 1 増える。

いずれにしても k の偶奇が変わる。

$n = 6$ のとき $E_6 = \{(5,1),(4,2)\}$, $O_6 = \{(6),(5,3,1)\}$ であり、(A) により $(5,1)$ が (6) に、$(4,2)$ が $(5,3,1)$ になる。(B) により (6) が $(5,1)$ に、$(5,3,1)$ が $(4,2)$ になる。これで、E_n と O_n が常に一対一に対応しているように見える。

しかし $n = 7$ のとき $(4,3)$ においては $s(\lambda) = 3 > 2 = t(\lambda)$ だが (B) を施すことができない。一般に

$$\underbrace{(2k, 2k-1, \ldots, k+1)}_{k}$$

のとき、$s(\lambda) = k+1 > k = t(\lambda)$ だが (B) を施すことができない。

$$\underbrace{(2k-1, 2k-2, \ldots, k)}_{k}$$

のとき、$s(\lambda) = k \leq k = t(\lambda)$ だが (A) を施すことができない。

k	1	2	3	4	$\cdots$
$\frac{1}{2}k(3k-1)$	1	5	12	22	$\cdots$
$\frac{1}{2}k(3k+1)$	2	7	15	26	$\cdots$