番号 ________________ 名前 ________________

1. n, m を正の整数とする。ラムゼー数 $R(m, n)$ とは、k 人いたら互いに知り合いである m 人か、互いに知り合いでない n 人が必ずいることが保証できるような k の最小値である。

このことを、必要な箇所に $\forall, \exists$ という記号を用いてできるだけ数式を用いて書き直しなさい。

$R(m, n) =$

番号 ________________ 名前 ________________

2.

多項式

$$a = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 4x + 6, \quad b = x^2 + x + 6 \in (\mathbf{Z}/7\mathbf{Z})[x]$$

に対して、$sa + tb = 1$ となる $s, t \in (\mathbf{Z}/7\mathbf{Z})[x]$ を求めよ。

番号 __________________ 名前 __________________

3.

$$\Lambda = \{(\lambda_1, \dots, \lambda_k) \mid k \in \mathbb{N},\ \lambda_1, \dots, \lambda_k \in \mathbb{N},\ \lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_k > 0\}$$

を分割の集合とする。このとき、Λ に順序関係 $\preceq$ を次で定義する（これが順序関係になることの証明はしなくてよい）。

$$\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_k), \mu = (\mu_1, \dots, \mu_\ell) \in \Lambda$$

に対して

$$\tilde{\lambda}_i = \begin{cases} \lambda_i & (1 \leq i \leq k \text{ のとき}), \\ 0 & (i > k \text{ のとき}), \end{cases}$$

$$\tilde{\mu}_i = \begin{cases} \mu_i & (1 \leq i \leq \ell \text{ のとき}), \\ 0 & (i > \ell \text{ のとき}), \end{cases}$$

とおき、

$$\lambda \preceq \mu \iff \forall i \in \mathbb{N},\ \sum_{j=1}^{i} \tilde{\lambda}_j \leq \sum_{j=1}^{i} \tilde{\mu}_j.$$

このとき

$$|\{(\lambda_1, \lambda_2) \in \Lambda \mid (\lambda_1, \lambda_2) \preceq (5, 3)\}|$$

を求めよ。

番号 ________________ 名前 ________________

4. $\mu \in \mathbb{N}$ とし、前問の記号で、$(\mu_1, \mu_2) = (\mu + 1, \mu) \in \Lambda$ とするとき、

$$|\{(\lambda_1, \lambda_2, 1) \in \Lambda \mid (\lambda_1, \lambda_2, 1) \preceq (\mu_1, \mu_2)\}|$$

を求めよ。