

2013年6月4日配布
2013年6月11日提出
2013年6月18日返却

1. 形式的べき級数環 $\mathbb{R}[[x]]$ において、 $(1+x)y = 1$ をみたす $y \in \mathbb{R}[[x]]$ を求めよ。

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$$

とすると

$$\begin{aligned} (1+x)y &= (1+x) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{n+1} \\ &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} x^n \\ &= 1. \end{aligned}$$

2. 形式的べき級数環 $\mathbb{R}[[x]]$ において、

$$\frac{1+2x+3x^2}{1+x}$$

における x^3 の係数を求めよ。

$$\begin{aligned} \frac{1+2x+3x^2}{1+x} &= (1+2x+3x^2)(1+x)^{-1} \\ &= (1+2x+3x^2) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n \\ &= (1+2x+3x^2)(1-x+x^2-x^3+\dots) \\ &= 1+x+2x^2-2x^3+\dots \end{aligned}$$

よって -2 .