

2014 年度 数学概論 Q & A

数学の質問（あまりないですが）

Q) 何のために階数を出すのですか？いいことあるのですか？

A) これはジョークか？それとも真面目な質問か？んー、階数は、連立方程式に解があるかどうか、あるのなら 1 個だけか、たくさんあるときはどう表したらよいか、そのときの自由度を階数から求める、など本質的に重要です。この話題は本講義のヤマ場だったのよ。復習してね！！

Q) いかにきれいに行列式を変形できるか、練習してコツをつかみたいです。

Q) 行列式の計算がなかなか 1 回で合わないの、演習を重ねて正確にできるようにしたいです。

A) 小学生の百ます計算みたいですが、簡単な加減乗除でも間違わずにきちんとできることはとても大切です。行列の基本変形などの新しく学んだ規則を組み合わせ、最後まで計算をやり抜く練習を積んでください。脳内に新しい回路ができて、どんどん活性化されて、ほかの学問にも有益に働くことでしょう。

Q) 「行列」と「行列式」が混ざってしまいました。k 倍が紛らわしいです。

A) 同感です！気を付けてね。行列の k 倍はこれ↓

$$k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

行列式の k 倍はこれ↓

$$k \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka & b \\ kc & d \end{vmatrix} = \text{etc}$$

Q) 高校でやった逆行列のしくみがわかりました！

Q) 高校で機械的に覚えた逆行列の公式が、余因子行列の公式にあてはまって面白いと思った。

A) 高校では、2 行 2 列の行列の公式をいくつか学んだと思います。実は、結構、深い意味や仕組みが背後にあるのですよ。2 行 2 列だと見かけが簡単すぎて、かえって面白いところが見えてこず、機械的な計算ばかりやっていたという一面があります。

Q) 最後の A^{-1} と $\tilde{A}$ がちょっと高度でわかりませんでした。

A) 余因子行列はなかなか大変です。2 行 2 列で余因子行列を書いてみてください。それが

できたら、3行3列の余因子行列を書いてみましょう。教科書を見ながら、きちんとできればとりあえずOK。試験には出そうなので、良い成績が欲しければ、作り方は研究しておいてね。

Q) 行列式の計算で、2つの行を入れ替えた後に、さらに他の2つの行を入れ替えると、符号は $(-1) \times (-1)$ で元に戻るのですか？

A) はい、その通り。2つの行を入れ替えた後に、2つ列を入れ替えても、符号は $(-1) \times (-1)$ で元に戻ります。

Q) 右手系・左手系がよく分かりません。

A) 空間に3本の直交するベクトルをとって順に, a, b, c とするとき、これらの位置関係には2種類ある。右手の親指⇒人差し指⇒中指の順番になるか、左手の親指⇒人差し指⇒中指の順番になるか、いずれかによって右手系・左手系と呼んでいます。

Q) 行列式が面積や体積を示しているとは驚きでした。こういうことを学ぶと数学ってすごいなあと思います。

Q) 行列式が平行四辺形の面積などを求めるのに使えるのは便利だと思いました。

A) 感心してくれてうれしいです。

Q) 行列と行列式の違いがよく分かりません。

A) 行列は、足しても、かけても、基本変形しても行列のままです。行列式とは、一定の計算法則で計算して得られる数値を表します。

Q) むずかしかった。

A) よく繰り返して復習しておいてください。だれでもできるようになります。

Q) 行列式が何者であるかが気になります。ひとまず、計算の仕方を覚えたいです。

A) 図形的には符号付き面積や符号付き体積を表します。そのうち、説明します。

Q) 今回の授業は、この前に比べるときちんと理解できたような気がしています。

A) 定着するように、練習問題でよく復習してください。自分で計算をすることが重要。

Q) どの行、どの列で展開しても答えが同じになるところが面白かったです。不思議ですね。

A) 行列式はなかなか面白いです。

Q) 行の基本変形に大分慣れてきました。答えと違う階段行列になっても、階段行列になっ

ていれば正解になるのですか？

A) はい。階数を求める問題では正解です。連立方程式を解くときには、単位行列に近い形まで変形してくださいね。

Q) $\text{rank } [A|B] < \text{rank } A$ のときはあるのですか？

A) ありません。 $[A|B]$ は A を拡大したものです。したがって、行の基本変形を繰り返した時、 $[A|B]$ を階段行列に変換できた時には、すでに A の方も変換されています。なので、 $\text{rank } [A|B] = \text{rank } A$ または $\text{rank } [A|B] > \text{rank } A$ のいずれかになります。前者のときは、連立方程式は解をもち、後者のときは解なしになります。

Q) 階段行列で、* のところも絶対に 1 にしないとイケないのですか？

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & * & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}$$

A) いいえ、目的によります。階数を求めるだけなら 1 にする必要はありませんが、連立方程式を解くときは 1 にする必要があります。

Q) 階段行列、やり方を覚えればパズルみたいで楽しいです。

Q) 高校の行列の範囲を超えて、新しい行列の分野に入りました。分かって面白いです。きちんと授業を聞いて、帰ってから復習できるようにしたいです。

A) はい、「掃出し法」はなかなか面白いですよ。分数が出てこないように工夫するとかもありますね。ホントに復習してくれるとよいのですが？

Q) クイズ。

$$1111=0 \quad 8096=5 \quad 8809=6 \quad 1012=1 \quad 7111=0$$

$$7777=0 \quad 8193=3$$

では $2581=?$

A) 秘密

Q) 連立方程式は今までやったことあったけど、あのような形で行列につながるんだ、と思った。

A) 連立方程式はなかなか奥が深い。これから行列を使って理論的に少し解明します。

Q) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ のところがわかりません。

A) $\frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} ad-bc & 0 \\ 0 & ad-bc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ となることからわかります。

次回、講義のときに振り返りますね。

Q) 今まで行列を $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で書いていましたが $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ のほうがよいのでしょうか？

A) 趣味の問題です。好きな方に統一してお使いください。

Q) 和の記号

$$\sum_{k=1}^m a_k$$

のような書き方は知っていましたが、

$$\sum_k a_k$$

のような書き方は初めて見ました。

A) どのような k について和をとるのか、わかりきっているとき、書く必要がないときは、記号は省略されます。

Q) まちがえて「やさしい線形代数」を買いました。とても悔しいです。売るか使うか迷っています。先生、いりませんか？

A) 生協で買ったのなら、交渉で替えてもらえるかもよ。先生は、まあ、話術に乗せられない限り、買いとらないと思います。

Q) 問題集など買った方がいいですか？

A) 多少本気で「線形代数をマスターしたい」というなら問題演習はオススメです。大学の授業はたくさんあるので、全部を全力と言うわけにもゆかないでしょう。メリハリをもって取り組むのがよいのではないかと思います。

Q) 全然関係ないのですが、時間があったらテーラー展開について知りたいです。

Q) この間、物理Aで数学をやったのですが、テーラー展開(?)がすごく分かりません。名前はかわいいのに難しいです。

A) テーラー展開は微積分の単元ですけど。。。

Q) 私は高校の先生がとても熱心に行列を教えてくださいましたので、行列にあまり抵抗を感じずに入れています。その先生はとても面白い先生で、HC定理をハミルトン・ケーリーのテーラー、逆行列をギャグ行列と言ったりしていました。それがインパクトとなって覚え

られました。今日、逆行列が出てきて懐かしく思いました。

A) おやしギャグ満載ですね。みんな笑ってあげたのかな？シーンとなったときには目も当てられません。

雑談

Q) 今週の日曜日に部活で、誕生日会をするのですが、のり巻パーティをすることになりました。とても楽しみにしています。私はサーモンが大好きですが、先生はどのネタが好きですか？

A) いいなあ。楽しんでね！僕の好きな食べ物ベスト3：（1）うなぎ （2）まぐろ （3）インドカレー。ウナギは、レッドブックに搭載されてるように、絶滅危惧種。まぐろは、やっぱ、中トロが最高。。インドカレーは、いろいろですが、バターマサラあたりがとても好きです。

Q) やっと梅雨が明けて、スッキリした気分です。

A) 確かに、晴れると気持ちがよいですが、まだ、明けてないでしょう？

Q) さて、今日6月9日はDonald Duckの誕生日なんですよ。知ってましたか？私はディズニーランドが大好きで、キャラクターの中で一番好きなのはDonaldなので、今日はお祝いムードです！笑。しかし、雨のせいでテンションが上がらないのも事実です。梅雨は早く終わらないですかねえ。

A) あいにく知りませんでした。テンションあげて元気に祝ってくださいね。

Q) キャベツを大量消費できる料理は何かありますか？

A) 煮るしかないでしょうね。

Q) 日本史選択だったので、関孝和と聞いてとても懐かしいです。

A) 日本史の教科書にも現れてますか。日本の誇りですからね。

Q) 梅雨ですね。私は雨があまり好きではないです。

1) 洗濯物がかわかない。

2) 学校に遅刻する。

3) 足がぬれる

からです。先生的に、雨の日は何をしておすごしますか？雨の日はやる気が起きず、寝てばかりなので、雨の日の良い過ごし方が知りたいです。

A) このアンニュイなコメントどうしたの？「寝てばかり」って怠惰すぎ？雨の日は外を歩

くことは避けますが、普通にしてますよ。お気に入りの傘（アート柄）を持っているので、それをさすのも楽しみです。

Q) 今日は髪の毛がうねうねで、お腹もすいて、メロンパンもつぶれて悲しいです。

A) メロンパンいいよね。どっちかと言うと、カリッとしているのが好きです。

Q) 最近、インターネットが開通したのですが、なぜかニコニコ動画で弱虫ペダルを見てみると半分くらいフリーズしてしまいます。ニコニコ動画はあきらめた方がいいですかね？

A) 動画の通信量が大きいからでは？通信量が多くなると回線によってはひどくゆっくり、または止まってしまいますね。

Q) げんりゅうというラーメン屋の味噌ラーメン、おススメです。

A) グルメ情報をありがとう。

Q) 世界の食事で日本食が1番ですが、タイ料理は日本人好みの味です！！特に、ガッパオとパッタイはおススメなので、機会があれば食べてみてください。

A) 同感。香草系が好きな僕にとって、タイ、ベトナム、インドネシアあたりは楽しいですね。

Q) 最近天気がよくてうれしいです。山形県で東北地方のお祭りがあると聞いたので、行ってみたいと思いました。

A) 東日本大震災の慰霊の関係でしょうか？東北鎮魂祭というのがありますね。行ってみたのでしょうか？

Q) 今度、友達の誕生パーティをします。近くでおいしいケーキ屋さんがありますか？

A) 誰か、答えてあげて！

Q) 先日、公式新歓がありました。医学部野球部です。1年生の部員とマネージャーでもクロを踊りました。結果は大成功でした＼(^o^)/ その日のご飯はとてもおいしかったです。

(他1件)

A) なんか、すごくはじめて楽しそうで何よりです。

Q) ゴールデンウィークで実家に帰って、友達にカモメの玉子とゆべしをあげたら喜んでもらいました。先生も食べてみてください。

A) 仙台で定番は萩の月。仙台に来て初めて知ったが、かなりおいしい。チュニジア人にお土産でもっていったら、「こんなおいしいものは人生で初めてだ」とまで絶賛されたことがあります。仙台に住み始めてしばらくは、お土産定番でしたが、いい加減あきられてしまいました。なので、その後、いろいろと試してますよ。カモメの玉子は結構好評。あと、喜久福のなんていいのかなあアイスで食べるやつ。

Q) 私の家は若林区の古城にあって、ほぼ毎朝毎晩 50 分かけて自転車で登下校しているのですが、そのうちの近くにあるステーキ宮と焼肉キングがあります。。。以下略。

A) 焼肉キングなら、長町から名取に向かう途中にもあったかな。店のシステムが何回かわって、今は基本食べ放題、タッチパネルで注文、となって古い世代にはそっけなく感じられる。

Q) 確かに、年々暑くなってますよね。5 月なんて、もっと穏やかな天気だったような気がします。私が生まれたとき、5 月だったのですが、雪が降っていたくらいでした！！地球温暖化をひしひしと感じます。

A) まったくそう。前に住んでいたのは名古屋ですが、住み始めた 30 年前には、いくら暑くても 40 度に迫るなんてありえなかった。

Q) 先生の好きな数学者は誰ですか？

A) 絶対的な人はいないので、いくらでも出てきちゃいますが、ラプラスは気になります。18~19 世紀のフランス人。数学者とは言わないと思うが、カルダーノの人生も興味深い。16 世紀前半、イタリアルネサンスの万能人。

Q) 高校では拡大係数行列とか習わなかったけど、理解できました。油断してついていけないようにしたいです。

Q) 高校の行列とは少し違って、難しくなってきたけど、復習をその日のうちにやって身につけたい。

A) 高校で行列を習っていない人もいるでしょうから、ゆっくりはじめています。が、節々では、もう高校の行列を超えています。高校の行列は 2×2 型ばかりですから、行列のありがたさがわかりにくかったのではないかと思います。新しいことに知的にチャレンジしてくださいね。

Q) 「伊藤商店」というラーメン屋がほんとにおいしいです。あと、徳島ラーメンの人生というお店が、たまご無料で食べ放題なので、たまごかけご飯とか、あススメです！もちろん、ラーメンもおいしいです。

A) 初耳。

Q) 今日雨降りますか？

A) かもね。

Q) 先生をこの前、学食で見ました（笑）毎日いらっしゃるのですか？これから本格的に行列をすることになりそうなので、がんばります☆

A) 1 講時に講義があつて、2 講時がないときは、早々にお昼を食べたくなります。だから、11 時過ぎに川内の学食に寄ることもあります。混んでいる時間帯には決しておりませんが、見かけたらお声がけください。喜びますから。で、実は、川内の学食よりも、美術館のレストランに行くことが多いです。美術館の雰囲気が好きなのですね。学食に比べてちょっと高いですが、ゆったりとして心が潤います。週 1 回くらい行きます。ついでながら東北大学関係者は、美術館の常設展は無料です！

Q) オーケストラ！という映画が面白いです。ラストの演奏はとてすごいのでぜひ観てください。

A) 未見。興味津々。

Q) 今日はコンタクトを忘れて、しかも一番後ろに座っていたので、なんと黒板の字が全く見えませんでした。二度とコンタクトを忘れないことをちかいます。

A) 誓わなくてもよいので、最前列にお越しください。

Q) 地元のゆるキャラ「ふっかちゃん」です。（イラスト付き）

A) 色も塗ってくれと、もっとうれしい。

Q) 最近、とっても寒いですね。桜も咲いて、散る季節なのに。地元に戻りたくて仕方ありません。私は、まだ、インターネットにつなげられません。とっても機械音痴で、何日もかけて試みましたが、出来ず、あきらめました。（後略）

A) あらー、故郷は暖かいのですね。ホームシック気味ですか？GWになったら英気を養って元気に戻ってきてください。あと、インターネットは、担当に電話しまくるとか、得意な子に頼むとか、学生さんには遊びは別として、必須アイテムですよ。頑張ってください！

Q) 私の三神峯公園の近くに住んでいます。（中略）今日はこれで授業が終わりなので、一人で三神峯公園へお花見に行きたいと思います。

A) へー、ご近所？でも、今日は雨模様。ほんとに一人でお花見したの？

Q) （クイズ）□にいれるアルファベットは？ MV□MJ SUN

A) なるほどね。最後のもう一つは格下げで省略でしょうか？

Q) 名古屋と言えばスガキヤラーメンですね。

A) ローカル色丸出し、ほかの土地の人には通じないでしょうね。僕は、人生で最も長く住んでいたのが名古屋なので（もうすぐ仙台のほうが長くなる）よく知ってますよ。幼児が使うような先割れスプーンとか、ほかで見たことない。

Q) 「レミゼラブル」がおすすめです。（複数あり）

A) フランス革命のころ、厳しい格差社会の最底辺の人々の情景がやるせないです。でも、ミュージカル映画としては傑作ですね。登場人物の深く心に突き刺さる歌声が。

Q) 「アナと雪の女王」がすごく面白いです。（複数あり）

A) ディズニーですね。未見。

Q) ずっと吹奏楽部でした。GREEEEN がおすすめです。

A) ジャズコンボに転向してください。機会があれば聴きに行きますよ。

Q) 岩手県大船渡市出身です。私の住んでいた地域では、ホヤはよく食べました。私の家では、バリエーションは少なく、いつもしょうゆで食べていました。

A) ってことは、ご飯のおかずですか？ 僕的には信じられない。。。

Q) 川内キャンパスと工学部のキャンパスとどっちの食堂がおいしいですか？

A) キャンパスごとにメニューが違って個性があったのですが、どうやら今年から統一メニューになっているようです。それでも味つけとかに違いがあるかもね。かつて私の研究室にいた女子学生は、工学部の食堂のメニューは何でもかんでもテコ盛りで嫌だといっていました。

Q) 「アメリ」という映画がおすすめです。ぜひ、見てください。

A) 見たよ。主人公の女性がとてもかわいいですね。

Q) ホヤは2つの大きな突起があって、上から見ると⊙と⊙になっています。これのどちらかを切り落として、中の水を抜いてから皮をむくのですが、どっちだったか忘れました！水を抜かずにそのまま切ると水が（くさい）スプラッシュします。味はおいしいですけど、見た目がキモいので黒いやつを取りたいといつも思っています。あれはいったい何ですか？

A) さばき方のヒントをありがとう。僕は、大人になってから初めて遭遇したため、ホヤに

異物感いっぱいです。人類で最初に食べた人は尊敬します。だいたい、あんなもの食べても大丈夫と思って行動した人の勇気と想像力が素晴らしいと思いませんか？

Q) 私の友達（18歳、女性）にはホヤを自分でさばいて食べる人がいます。

A) 子供のころから食べているのかなあ。大人になってからだとすると、グルメよねえ。

Q) ホヤ、東北新幹線の車内販売で売っている「ほやの乾物」がおいしいですよ。

A) 売りに来るのは知ってはいるが、買う勇気がない。

Q) 私の地元では、どら焼きにきゅうりがはさんである「どらきゅう」が有名です。

A) 不知。想像したら笑えてきた。

Q) 宮城県蔵王町から通っています。

A) ちょっと遠くないかい？交通事故などに気を付けてくださいね。