

2013 年度 数理統計学 Q&A

Q) 試験では、1.96 のような小数の値があたえられたとき、有効数字を気にして書いた方がよいですか?

A) もちろんそうです。が、そこには主眼がないので 3~4 桁で計算していただければ結構です。

Q) 当たり付き駄菓子の当選確率調査（東北大学新聞）

A) 記事の切り抜きをありがとう。77 本中 3 本あたりというふうに割合を求めるだけで喜ぶいささかレベルの低い記事だ。数理統計学を学んだ皆さんは、より多くの情報を引き出してくださいね。

Q) t 分布が発明される前には標準正規分布で計算していて、実際の値とはずれが生じていたというのは、分散を計算するときに不偏分散を使わなかったためということですか?

A) いいえ。t 分布と正規分布の形は似ていますが、異なる関数です。したがって、本来は t 分布を使うべきところなのに正規分布を使っていたので、棄却域が広がっていたということ。

Q) 自由度 $n-1$ (の t 分布) ということは、 $n-1$ 次元と関係があるのですか?

A) ただの名前と思っておいた方がいいかも。自由変数の個数のようなものです。

Q) 視聴率調査はアバウトであんまり参考にならないと思った。

A) 発表される数値は 14.8% みたいに小数第 1 位まで書くよね。そうすると、小数第 1 位くらいまで正しいととらえるのが普通であって、いかにも精密な感じですよ。ですが、95% 信頼区間でおおむね $\pm 3\%$ くらいの幅をもって理解すべきなので、正確な雰囲気を漂わせているのが、不誠実で僕はとても嫌です。皆さんは、まあ、だまされないようにすればよいのです。逆に、100 万世帯の推定にたった数百でもこのくらい確かにものが言えるという見方をすれば、すごいともいえる。

Q) 数学で、「強法則」のように証明があるのに、法則と言うのが面白い。

A) 本来ならば、「大数の定理」とでも言うべきところでしょうが、歴史的に法則と言いつわされてきたからだと思います。

Q) コンピュータシミュレーションで擬似乱数を用いる場合、試行回数はどのくらいにとど

めるべきでしょうか？

A) 私はこの方面には暗いが、重要なポイントですね。ちょこっと例示する程度なら Excel の乱数でも全く問題ないですが、実は、性能がよくないことが知られている。乱数とはいえ、アルゴリズムで発生させるので、全くの乱数ではありえない。なので、乱数らしさを検定しないとイケないのです。本格的な科学技術計算では、メルセンヌ・ツイスタなどの優れた乱数発生アルゴリズムを使う必要があります。

Q) ベルヌーイさんは流体力学の「ベルヌーイの法則」の人というイメージです。

A) この二人は別人です。大数の法則の方は Jacob Bernoulli(1654-1705)、流体の運動に関するベルヌーイの定理は Daniel Bernoulli (1700-1782)によるものです。ただし、二人とも、17 世紀後半から約 100 年間に、8 名の著名な数学者・物理学者を生み出したスイスの一族の一員です。

Q) もし仙台市の政治に関する世論調査をすると 022-□□□□-□□□□のように局番が 022 である必要があり、携帯電話の 090-□□□□-□□□□ には調査の電話がかかってこないと思います。しかし、ここ数年、固定電話を利用しない若い家庭が増加していることから、世論調査の電話が高齢者の家庭に行くことが多くなると思いました。果たして、電話を利用した調査は信頼できるのでしょうか？

A) まったくおっしゃる疑問はもつともです。電話による調査は、全世帯が固定電話をもっていて、かかってきた電話に出て、ちゃんと答えてくれることが最低の前提に思われますが、とても担保されているとは思いません。登録番号以外は拒否設定もありますし、見知らぬ相手にまともに答えるとも思えない、おっしゃる通り、最近は固定電話をもたない世帯が急増していますから。[NHK 放送文化研究所](#) をチェックしてみてください。

Q) 聞き逃してしまったのですが、標本分布のモチベーションは、数の大きな集団から無作為に標本を抽出して、そこから得られる結果の信頼性を評価することなののでしょうか？

A) 大きな母集団を対象に全数調査は不可能なことが多い（時間がかかりすぎて結果が出たころには役に立たない。費用などがかりすぎる。製品の抜取検査などでは全数検査したら商品がなくなる。サイコロが公平かどうかの検査は原理的に不可能）。そのようなとき、標本調査を行う。標本調査は、標本のとり方で得られる値が確率的に変化するので、その揺らぎ方を念頭にした信頼性の評価を行う。これが推測統計の目的です。

Q) ドイツ戦車のおもしろいですね。塾で中学生に数学を教えているのですが、確率を教えてもなかなかわかってくれません。むずかしいですね。

Q) 戦車の台数の話が気になります。結局、どうやって推測するのでしょうか？

A) 時間があれば、最終回で触れることにしましょう。

Q) ベイズの公式について。なんでベイズは死んでから発表してくれと言ったのでしょうか？生きていうちに認められたいと思うのが普通だと感じるのですが。

A) 本人でなければわかりませんね。伝わるころでは、その公式の影響力を恐れていたとのこと。ヨーロッパの合理精神から推察すると、人の判断のようなあいまいなことより数式を重んじる傾向があるのではないのでしょうか？ラプラスは、ナポレオンに仕えて退役軍人の年金を算出する公式を彼自身が作った確率論をもとに作ったりしました。ベイズの公式は「犯人捜しの公式」としての一面があります。犯人か犯人でないかという2つの可能性がある（感染しているか、いないかで例題を見ました）。ある捜査による証拠（検査の陽性反応）から、その人が犯人である（感染者である）確率が計算できます。ある設定では、陽性反応なのに感染者である確率は小さかったですね。とにかく、きちんと計算すると出てくる確率は直感に反します。その意味では大変科学的です、しかし、ベイズの公式そのものの見た目は簡明なだけに、思慮なく利用されてクロ、シロつけられては困るのです。ベイズの公式を実際に適用するとき、前提となる事前確率が不明なことが多く、その時は、もちろん使えない。ところが、実際は、適当に憶測で設定したり、不明なのだからといって $1/2$ に設定したりしがちで、とても心配です。ベイズの公式では、事前確率によって、得られる原因の確率（犯人の確率）が0から1まで大きく変化する。これは実用上、やばすぎると感じます。ベイズもそう考えたと思います。

Q) 一郎さんの話がどうしても直感に合わず、不思議に感じます。そもそも条件付き確率自体が、私たちの直感とは違う存在なのだろうと感じました。

A) 関連して、小島寛之「使える!確率的思考」（ちくま新書）が面白かった。

Q) 宿題 22(1)で、一郎が1番とはずれ3枚をもつ確率を求めるのでは、どうしてダメなのでしょうか？

A) それは条件付き確率ではありません。

Q) 条件付確率の問題で「Aさんの子供が2人います。最初に女の子が生まれました。次の子が男の子である確率は何パーセントですか？」

A) この問題を医学的・生理学的にモデル化して回答することは、研究があるかもしれませんが、私には思いつきません。2人子の家庭で男女の組合せを実際に調べて、大量のデータを集めれば確率を計算することは可能でしょうが。

Q) どら焼きは、つぶあん派ですか、こしあん派ですか？

A) つぶあんのほうが、噛み心地があって好きです。

Q) ドモアブル・ラプラスの定理は、離散分布と連続分布の橋渡しになると思った。

A) その通り。当時、確率計算に微積分が導入され、大発展しました。それまで、離散的だった確率計算を連続的に扱うことで、微積分の強力な道具が使えるようになったのですね。ラプラスの貢献が圧倒的です。

Q) 健康診断で再検査になっていたのですが、今日のベイズの話聞いて安心した。

A) 健康診断のように、圧倒的多数の中から感染者を見出すような場合は、検査のエラー（非感染者に陽性が出てしまうエラー）が小さくてもばかにならない。結果として、要請が出て感染者である確率は低い。安心してよいですが、再検査には行ってくださいね。世の中、確率の低いことも起こりますから。

Q) 熱力学でエントロピーの概念が出てきたのですが、理解が難しいです。エントロピーは統計力学と関係があるようですが、エントロピーは統計とどのような結びつきがあるのですか？

A) エントロピーは、状態のランダムさを計量する概念ですね。気体が拡散するなど、ある種のランダムさが増加するとみなされます。ランダムさが高いほど情報を格納する能力が高いと考えられ、このことから生まれたのがシャノン・エントロピーです。この文脈では情報量とも呼ばれます。エントロピーは、確率統計を情報の文脈で扱うときにしばしば現れます。

Q) 待ち行列理論で指数関数がモデルになるのが興味があります。

A) 時間とともにランダムに変化する現象を記述するモデルとしてマルコフ連鎖があります。マルコフ連鎖の文脈で、待ち行列やサービス窓口の効率の問題が研究されています。待ち時間の分布が指数分布になる場合は、その中で最も基本的なものになります。

Q) 変数と確率変数の違いがよく分かりませんでした。

Q) 確率変数の概念が少し難しく感じました。

A) ある範囲の値を代表するのが変数。ある範囲の値には違いがないが、値に出やすさ出にくさの傾向が備わっているものが確率変数。この傾向を確率分布と称する。確率変数は、ちょっと高級。だから難しいが、使えるようになれば、一段高みに登れる。

Q) 実験で最小二乗法は使いましたが、あくまで Excel にデータを打ち込んだだけです。手計算はせず。

A) 統計ソフトでは、入力すれば答え（らしきもの）がガラガラポンとでてきます。口に入れば、何でも食べてしまうような無防備さに似ています。ガラガラポンはもちろん便利なのですが、せめて処理系の原理くらいは知らないと、使ってよいものかどうか判断ができ

ません。さらに、変な答えが出ても、それが変だと感づく力が養えません。変な味だと感じる力がなければ、毒でも飲み込んでしまうような感じでしょうか。

Q) その昔、自然科学総合実験という科目で、最小二乗法の計算を意味も分からずやった記憶があります。回帰直線を作る方法だったのですね。少数以下 4 桁の 2 乗のを足しあわせて、、、のような計算を手計算でやらせるなんて、今さら、結構酷だと思いました。

A) 最小二乗法はデータの整理には必須です。史上何人もいない偉人ガウスが考案した方法で、いろいろな意味で最も合理的です。原理を学んで、実際の計算は計算機でやるのがいいですが。先生によっては、手計算でやらせたのでしょうかね？

Q) ベルトランのパラドックスの話が知識欲求を満たした。個人的には $1/3$ だと思う。

Q) ベルトランのパラドックスについて、結果を考慮しなければ、考え方としてはどの確率モデルも正しいと言えるのか？

A) なかなか面白いでしょう。確率モデルの正しさは現象との比較になります。ベルトランのパラドックスでの問題文はあいまいすぎて、実験できないでしょう。「ランダム」っていわれても、ランダムを作り出す仕組みが必要です。そのしくみをどうとるかは読者に任されてしまい、ひいては、確率モデルも読者が決めることになっているから。

Q) 受験問題でも、出題者の意図とは異なったモデルを受験生が作ってしまうということはあるのでしょうか？

A) そうならないように、問題文は解釈があいまいにならないように細心の注意を払って作られています。

Q) 単位円にランダムに弦を引いて長さが $\sqrt{3}$ を超えるかを実験するには、パソコンで円周上の異なる 2 点を選ばせて、2 点を結んだ長さが $\sqrt{3}$ を超えるかを、確率が安定するまでシミュレーションさせるのが 1 番だと思う。

A) シミュレーションは面白いですね。ただし、「円周上の異なる 2 点を選ばせて、2 点を結んだ長さ」を測るとした時点で、確率モデルを 1 つ指定したことになります。講義の 1 番の例と同じです。シミュレーションの前提として確率モデルが確定していなければなりません。したがって、「例 1 の解答を、数学的に解けてはいますが、計算機でも確かめてみましょう」という立ち位置で、「やっぱりそうですね」となるでしょう。

Q) 斬新な確率モデルを考えて、しかもそれが良く事象を説明できるなら、それだけで論文が書けたりするのですか？

A) 「それだけ」というところが人によってとり方がまちまちですが、おおむねそうです。論文としてのロジックと検証は必要ですが。それなしでは、夢物語だけになってしまいま

すから。

Q) 宿題 5 についての質問です。計算すれば、偶数の確率 > 奇数の確率になるのはわかりませんが、なぜそうなるのか感覚的にわかりません。どういう要因が偶数の確率を大きくしているのでしょうか？

A) 僕にも感覚的理解は困難です。むしろ、感覚でわからないところが面白いと思っています。ある人は 0 を偶数に含めたから、と言っていました、理由になってないでしょうね。

Q) 最後のモンティホールのジレンマの答えが気になります。1 回目の選択は確率 $1/3$ で車が当たりますが、、、

Q) 司会者が変えるように意図しているから変えない方がよい。

Q) モンティホール、私だったら選択を変えます。

A) 難しい問題ではありません。確率論の基本に忠実に考えれば大丈夫。ヤマ勘や情緒ではだめですが。

Q) 数理統計学は、大学の研究ではどのような場面で使われますか？

A) 実験や観察によってデータを収集する研究をするのなら、そのデータ処理は数理統計学にもとづいています。実際は、コンピュータにデータを入力して、適当なソフトを起動して、ガラガラポンで解析結果を出すということが多いかも知れません。計算ソフトはどんなデータに対してでも、それこそ機械的に答えを出してくれますから、使われる手法・使うべき手法をきちんと把握しないととんでもないことになります。そのため、数理統計学の基礎理論を学んで、基本的な概念や物事の考え方を知ることが大事になります。

Q) 株価を確率で分析するという話を聞いたことがあります。

A) 数理ファイナンス・金融工学などと呼ばれている分野では、株価や為替の変動を確率論を駆使して解析しています。欧米、特にアメリカでは大変進んでいます。株価の変動を最適に予測して、そこで得られるであろう儲けを賭け事の賞金のようにして、参加費を徴収するといったゲーム（まさにマネーゲーム）をさまざま作り出しています。これを社会では、金融商品（デリバティブ）と呼び、皆さんも証券会社や銀行で買うことができます。この手の商売には功罪あると思います。

Q) 何も行動せずに結果が決まってしまうのが嫌なので、くじはいつも最初に引くようにしています。

A) 最後に残ったものをいただく方が省エネでは？

Q) 「宝くじが当たりやすい宝くじ売り場」というのがありますが、どのくじが当たるかは

ランダムで、これはおかしいと思います。

A) 同感。「1 等出ました」みたいな宣伝もありますね。番号であたりを決めているのだから、10 万本に 1 本のあたりなら、くじを 10 万本用意すれば、必ず 1 本は当たりますよね（確率不要）。だから、売り場側からいえば、必ず当たりくじがあるわけです。要は、人々が買ったとき、誰に当たるかわからない（確率必要）ということですね。これを逆手にとって、学のない人々を惑わそうということなのでしょう。

Q) 自分は野球が好きなので、野球のシステム的に得失点はポアソン分布になりそうですか？気が向いたら、来週までに昨年のデータで調べてみます。

A) データを集めておいてください。この講義の最終回あたりで、分布があっているかどうかの判定方法を学びます。ぜひ、お試しください。その後、データをメールで送ってくれたようです。判定は後日。

Q) 株価のお話ででてきた幾何ブラウン運動は、やはりコロイドとかのブラウン運動が語源なのでしょうか？

A) ご明察。コロイド粒子のジグザグ運動と株価のジグザグ変化はルーツを同じくしています。

Q) 私にとって、ポアソン分布は情報関係の資格試験での待ち行列モデルのイメージが強いです。

A) 資格試験を目指しているのですか？頑張って合格してください。まさに、その通りです。もっとも基本的な待ち行列モデルはポアソン分布をもとにして構成されています。

Q) おすすめ映画。「クラウド・アトラス」3 時間近い長い映画ですが、全く退屈しない映画でした。いろいろな人の出会いが、どう作中で結びついてくるかが見所です。エンドロールもしっかり見てください。

A) 未見。最近、映画を見る機会がないので、ぜひ見てみたいです。エンドロールの最後に、ちらっと、予感めいたことを見せるのがありますが、それでしょうか？ふつう、エンドロールの途中で席を立ってしまいます。

Q) 毎月五月病でつらいです。

A) 毎月⇒毎日？毎年？私はやる気がなくなったときは、読書に励みます。熱中して読める本などありませんか。熱中したり、集中できなくなってるのかも知れませんが、だから、無理なテーマではなく、昔読んだ本とかどうでしょうか？

Q) 先生はゴールデンウィークのような長期休暇には主に何をされていますか？

A) 今年のゴールデンウィークは長期休暇とはまいりませんでしたね。平日は出勤日ですから。学生さんとは違って、大学の教員は、休日もとれないくらい多様な業務に忙しい。時間数で言えば、講義にあたるのは全仕事の 10%くらいではないでしょうか？だから、講義している先生を見るだけでは、何してるか不可思議でしょうね。

Q) 稚拙な質問です。仙台に来て、本当にラーメン屋が氾濫しているように感じます。先生はどのラーメン屋がお好きでしょうか？僕は極端に脂っこいラーメンや、極端に量の多いラーメン屋は余り好きではありません。しかし、仙台にはこういったラーメン屋ばかりで、残念に感じます。

A) もしかして、西の方の出身？僕は、こってりした味噌ラーメンで唐辛子がたくさん浮いているような辛い目のが好きです。