

質問にお答えします

数学関連

Q) 宿題だけではなく演習問題の答え合わせをしたいので、答が欲しいのですが、ネット上にあがってましたでしょうか？

A) 演習問題の答は準備していません。気が向けば、講義中に取り上げます。ただし、多くは、拙著「数理統計学の基礎」で解説していたと思います。

Q) U の求め方で、どうして $n-1$ で割ることで不偏性をもつことがわかりませんでした。

Q) 不偏分散で、なぜ $n-1$ で割っているのかがよくわかりませんでした。

A) 申し訳ありません。その点については説明せずに、事実だけを述べました。要は、

$$U^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2$$

に対しては、計算によって

$$E[U^2] = \sigma^2$$

が確認できるからです。したがって、標本分散

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2 = \frac{n-1}{n} U^2$$

に対しては、

$$E[S^2] = \frac{n-1}{n} \sigma^2$$

となって、これは σ^2 にはなりません。詳細は教科書を参照してください。

Q) 前回は母分散がわかっているとき、母平均を推定する方法を学びました。母分散は母平均を使って計算するにもかかわらず、母平均がわからないで母分散がわかっているというのはどういうシチュエーションですか？

A) たとえば、ある製造ラインでは製品の重量を調整することができるとしましょう。製造ラインの特性から製品の重量の揺らぎ方はあらかじめわかっている（調査済み）と想定できる場合もあるでしょう。このときは、出来上がった製品から重量の信頼区間を計算しようとするとき、母分散は既知とできます。ある熟練した技師が測定をするときに、測定の揺らぎについて過去のデータからすでに一定値が得られているという想定も可能かもしれません。

Q) 視聴率におおよそ 6%の幅があることに驚きました。あまりあてにならなさそうだと個人的に思いました。

A) なにせサンプル数が 600 と少ないからね。世論調査などの結果は、このくらいの幅を見て判断するのがよろしいですね。

(Q) 区間推定において、信頼係数を高めようとするとき信頼区間の幅が大きくなるのはとてもつらかった。

(Q) 95%信頼区間のとき、 m の信頼区間は

$$\bar{X} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

となりますね。標本数 n が大きければ幅は小さくなります。実験データのように母集団が無限なものではこれでよさそうですが、母集団 N が有限のとき、 n/N の割合は信頼区間に影響しないのでしょうか？

(A) 標本数を大きくするというのが、信頼度をあげる一つの方法ですね。究極の $n \rightarrow \infty$ において幅は 0 になりますね。ところで、母集団が有限であって、構成要素が N 個しかない場合ですね。面白いところに気が付きましたね。ここで無作為「復元」抽出か否かが大きな意味をもて来ます。つまり、

(1) 無作為復元抽出のとき：標本を取り出すたびに元に戻すので、母集団は常に一定であり、母集団の構成要素の個数 N を超えて何回でも標本抽出を繰り返すことができ、標本平均について、中心極限定理に基づいた理論が適用できます。

(2) 無作為非復元抽出すると、母集団の要素数 N に比べて n が大きければ、母集団の要素をおおかた取りつくしてしまうということも起こります。この時は、中心極限定理の前提が崩れてしまい、それに基づく理論を適用することができません。ただし、 N に比べて n が小さければ（たとえば 1/100 以下）、無作為復元抽出の理論を用いても実用上の違いはない。

(Q) Twitter を見てたら、こんな問題を見つけました。

「 n 人でじゃんけんを 1 回するとき、あいこになる確率を p_n とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = 1$ を示せ」
まあ、そりゃそうだろうなという感じがしますが、今、試験前なので証明にはまだ着手していません。

(A) ん、そりゃそうだ。でも証明となると p_n をきちんと n で表示するか、または不等式を用いて挟み撃ちする必要がありますね。期末試験に出してみるかな。

(Q) 現在、専門の授業で「医学基礎生物学」なるものを学んでいるのですが、神経の応答における mean-variance analysis というものが 1 ミリも理解できません。もう μ とか V という文字を見ただけで発作を起こしそうです。

(A) 情報をありがとうございます。医学部の専門では、当然、統計学が必須ですが、どのようなことを学んでいるのかがなかなか見えてこないのです。それは「分散分析」のことかと思いますが、私の数理統計学の講義に比べて、はるかに高度で「多変量解析」と呼ばれる範

疇に属します。なので、医学部の数理統計学は1セメ開講がデフォルトだったのですね。今年度だけは変則的になってしまいました。

(Q) 大数の強法則の証明が気になります。

(A) 残念ながら、講義時間の関係から証明することはしません。「大数の弱法則」は易しいので、ご自身で教科書をひも解いてみてください。「強法則」は弱法則を証明しておいて、さらに確率論特有の手法を用いて証明します。

(Q) 一つ確認を。初歩的で申し訳ないのですが、正規分布の平均というのは（確率分布を表しているのに）確率変数の相加平均ではなくて期待値のことで合ってますよね？

(A) 初歩的なことでも聞いてください。初歩的なことほど、誤解なく理解しておくことが重要ですから。質問にお答えする前に、まず、確率論の術語としては「平均値」と「期待値」は全く同義です。若干の使い分けがあるとすれば、「確率変数の平均値」と「確率変数の期待値」は同様に使いますが、確率分布については「確率分布の平均値」のほうが「確率分布の期待値」よりもこなれている感があります。さらに、「確率変数の平均値」は、その確率変数の分布に対して定義されているので、「確率分布の平均値」と言ってもよいです。確率変数が主役なのか、確率分布が主役なのかという文脈上の使い分けです。したがって、「正規分布の平均値」は「その正規分布に従う確率変数の平均値」に一致します。

さて、「確率変数の相加平均」という言葉遣いは二通りの解釈を許すのでよくないです。「確率変数が複数あって、それらの相加平均」という意味なのか、上に述べた「一つの確率変数の平均値」というつもりか読み取れません。正しい物言いでは、後者の場合に「相加平均」と呼んではいけません。質問全体の雰囲気から察するに、後者のつもりかと思いましたが、その線で話を続けます。確率変数に対して相加平均という言葉を使う心は理解できます。複数のデータの平均、すなわち相加平均は

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

のように、全データを足しあげて個数で割ればよいのです。ここで、計算の工夫をします。データの中に同じものが繰り返し現れているときは、異なるデータを、あらためて、 $b_1, b_2, \dots, b_m$ としてそれらが現れる頻度を $n_1, n_2, \dots, n_m$ とすれば、

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m b_j n_j$$

が成り立ちます。さらに、

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m b_j n_j = \sum_{j=1}^m b_j \frac{n_j}{n}$$

と変形すれば、

$$\bar{a} = \sum_{j=1}^m b_j p_j, \quad p_j = \frac{n_j}{n}$$

となります。ここで、

$$p_j \geq 0, \quad \sum_{j=1}^m p_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m n_j = 1$$

に注意します。言い換えれば、 p_j は確率を与えているということです。確率変数 X で、その分布が

$$P(X = b_j) = p_j$$

で与えられているものとすれば、定義によって、 X の平均値（＝期待値）は

$$E[X] = \sum_{j=1}^m b_j p_j = \sum_{j=1}^m b_j P(X = b_j)$$

となり、 $\bar{a}$ に一致します。つまり、確率変数（少なくとも離散型の）の平均値は、おなじみの相加平均と同じ計算式となります。このことから、確率変数の平均値とデータの相加平均はルーツを同じにするとと言えるのです。最後に、正規分布ですが、正規分布は連続分布なので、密度関数 $f(x)$ を用いる必要があります。離散型確率変数に対して定義した平均値は

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

によって拡張された形（連続和）で定義されます。したがって、これもルーツはデータの相加平均と同じと言ってよいのです。まとめると、確率変数の平均値は、データに対して計算する相加平均を自然に拡張したものになっています。

(Q) Bayes' formula の話は面白かったです。最近、結核検診があつたので話がよく分かりました。

(Q) ベイズの公式など実用的な確率が面白いです。

(Q) 数式を現実には当てはめると、意外な答えが出てきたり、結果から原因について考えることができるのは面白いと思います。

(A) 数理統計学は、確実な検証ができない状況で、確率的に物事を推し量るためのキー理論です。正しく、深く学んで、現実の問題に応用してください。

Q) ベイズの公式は模擬試験の合格率と本番での合格率にも使えそうだった。A大学には5000人が受験して、1000人が合格する。B模試で80%以上得点したら70%が本試で合格し、80%未満だった人の40%が本試で合格するとする。合格者全員が模試を受けていたとして、B模試で80%以上取っていたのは何人か？

A) はい、では、試してみましょう。Aを本試に合格する事象、Bを模試で80%以上取る事象とする。わかっていることは、

$$P(A) = \frac{1000}{5000} \quad P(A|B) = 0.7 \quad P(A|B^c) = 0.4$$

求めたいものは、 $P(B|A)$ となりますね。ベイズの公式は、

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(B^c)P(A|B^c)}$$

ですから、残念ながら $P(B)$ がわからないので解けません。そこで、 $P(B) = p$ とおけば、

$$P(B|A) = \frac{0.7p}{0.7p + 0.4(1-p)} = \frac{7p}{3p+4}$$

となる。 $0 < p < 1$ に応じて、 $P(B|A)$ も 0 から 1 まで変化することがわかります。

(Q) $\forall t$ の記号を初めて見ました。「すべての t について」という解釈で合ってますか？

(A) ご明察。英語の ANY から来ているらしいです。対になる記号に $\exists t$ があります。これは、(しかじかの性質をもつ) t が存在するという意味です。こちらは、英語の EXIST から来ているということです。

(Q) 期待値がなぜ数値と確率の積で表されるのかがわかりません。

(A) まず、数学的には、

$$\text{期待値または平均値} = E[X] = \sum a_i p_i$$

これがそもそも定義です。それを踏まえたうえで、では、なぜこれを「期待」値というのか？その名称は妥当なのか？ということですが、こんな風に考えたらどうでしょうか。奇特定の先生がおりまして、50 人の生徒にくじを引いてもらうことにしました。50 本中あたりは 2 本で、当たった人は 2 万円もらえます。先生から見ると、このゲームの支出は 4 万円、1 本あたりなら平均 $40000/50=800$ 円となります。つまり、生徒 1 人当たり 800 円あげたことになるのです。さて、生徒側から見ると、当たる確率は $2/50$ なので、公式によって期待値は

$$20000 \times \frac{2}{50} + 0 \times \frac{48}{50} = \frac{40000}{50} = 800$$

なるほど同じですね。生徒側から見ると、平均して 800 円期待できるということなのです。

(Q) 冒頭で説明していた $V[X]$ のあたりがよく分かりません。

(A) 何度も強調しているように、分散はこの講義のキモです。頑張ってね。X は確率変数なので、いろいろな値をそれぞれの確率で取ります、そこで、確率も込めて「中心」にある値として平均値（期待値）を定義します。

$$E[X] = \sum a_i p_i$$

または

$$E[X] = \int x f(x) dx$$

さて、平均値が定まってとして、平均値からのずれ具合を計量したいと思います。単純に差を取れば、 $X - E[X]$ となります。平均より大きな値や小さな値がいろいろ出てきますね。そこで、それらの差の平均を考えたいと思います。そうすることで、クラスAの身長分布とクラスBのそれを比較して、どちらがばらけ方が大きいかがわかると思います。しかしながら、 $X - E[X]$ を平均すると

$$E[X - E[X]] = \sum (a_i - E[X])p_i = \sum a_i p_i - E[X] \sum p_i = E[X] - E[X] = 0$$

となって、ずれの大小がわかりません。そこで、差の2乗を平均するのです。

$$E[(X - E[X])^2] = \sum (a_i - E[X])^2 p_i$$

この量が分散です。記号 $V[X]$ などを使って表します。

Q) 分散を求める式で、なぜわざわざ2乗したものを使うのかがよく分からなかった。

A) 分散とは、確率変数または一組のデータにおいて、平均値 $E[X]$ への集中度を表すというのが、おおざっぱな役割です。したがって、各値と平均値との差 $X - E[X]$ の平均を考えというのは素朴なアイデアです。ところで、 $X - E[X]$ のままでは、値が正にも負にもなってしまう、しかも $E[X - E[X]] = 0$ ですから役に立ちません。そこで、各値と平均値との差 $X - E[X]$ を2乗して、平均値からのずれを正の値にとって、 $E[(X - E[X])^2]$ としたものが分散です（これが定義）。ならば、例えば、 $E[|X - E[X]|]$ ではいけないのかというと、この量も、やはり平均値からの散らばり具合や集中度を知る指標になります。なぜ、2乗を含む分散を用いるかというと、分散は推定論などを展開するときの基礎になる中心極限定理に必須だからです。

Q) 複雑な式で計算するわけではないのに、どのような仕組みで答えが出るか理解するのが難しくて苦戦します。

A) それは一歩前進する良いチャンスです。計算にとらわれず、何を念頭において、どういう道筋で、何を導出するか、というストーリーに注目してください。

Q) 努力が報われるという確率も

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X = k) = 1$$

と言えるかもしれません。

A) 面白いです。使えるね。 X は初めて試験に合格するまでに勉強した日数とか、付き合ってくれるまで声をかけた回数とか、ですかね。

Q) ベルトランのパラドックスは、根元事象をどう考えるかで答えが変わるところが印象的だった。

Q) 確率モデルの決定の仕方がわからない。

A) サイコロを投げるというような単純な試行は別として、実際の偶然現象から確率モデルを作るのは自明なことではありません。ベルトランのパラドックスでは、複数のもつともらしい確率モデルが簡単に作れるが、どのモデルが適切かという問題を、そこに書かれている文面からだけで判断することはできませんね。講義では、このようなモデル選択の問題を直接扱う予定はありませんが、かろうじて「母数の推定」を通して「確率モデルの選択」を理解することになります。

Q) 確率計算や統計を用いて投資について学べるところってどこなんでしょう？

A) どこって、大学の学部とかを尋ねてるのでしょうか？我が国の大学教育の中では、そのために学科を立ち上げて専門的に教育するというのはまだないのではないかと思います。が、講座単位であれば、たくさんあります。キーワードとして、数理ファイナンス、金融工学、ポートフォリオ、と大学、学科、研究などを組み合わせて検索すれば、たくさん出てくると思います。

Q) ニュースなどで「国民の貯蓄の平均」が何とかみたいなのをよく見かけますが、中央値や最頻値はあまり見ません。本当に平均値を使うべきでしょうか？

A) 私は、ちまたの「国民の貯蓄の平均」みたいな表現に現れる「平均」については全く信用していません。自分で本当に必要なときは、何を計算したものかを確認します。足して個数で割る平均値を使うことは、ある意味で一般的ですし、もちろん統計的に意味があります。ただし、それが有効なのは分布が対称な場合だということも知っておく必要があります。

「国民の貯蓄の平均」を何のために使うのか知りませんが、足して個数で割る平均値であれば、多くの人にとって生活感のない高い値が出るものと思われます。ビルゲイツが貯蓄しているかどうかは知りませんが、そのような人が1人いるだけで、平均値は激しく変動します。

Q) 統計と関係があるかどうかわかりませんが、推測するという話でカルマンフィルタというものを聞いたことがあります。誤差というものを徹底的に考え抜いて予測するものらしいのですが、誤差がどのくらいあるか、というのは意外と難しそうです。

A) 博識ですね。まさしく、カルマンフィルタというのは、この講義で扱う統計的推測の延長線上にあります。統計的推測には時間軸が入っていませんが、時々刻々変化する信号をとらえて、そこから雑音（誤差の原因）を取り除くベストな方法を探索した結果、生み出されたのがカルマンフィルタです。アポロ計画とともに構想されて、制御のためにはならない理論となりました。

(Q) 高校のときは $E[X]$ で習ったので $E[X]$ という書き方は新鮮だった。

(A) 100% 趣味の問題ですが。。。もちろん $E(X)$ や EX など全然OK。本によっても少しずつ記号が使われています。悪趣味なものもありますが。。。

(Q) 規準化がどうもしっくりきません。

(A) 統計的推測を行ううえで、信頼度を確率で与えるところが重要なのですが、そこでは、規準化した量に対して標準的な枠組みを作ります。規準化されてないと、あらゆる平均値や分散に対して枠組みを用意することになって大変だからです。

(Q) 分散はどの程度大きいとばらつきがあるということになるのでしょうか？どんなデータを取ったかにもよると思いますが、たとえば、身長データをとったとき、平均 160 cm、標準偏差 5 cm という結果が出たとき、どのように判断すればよいのでしょうか？

(A) 意欲的な質問ですね。これに答えてゆくのが「統計的推測」でして講義の主題です。なので、一言でいうことはためらいます。まず、おおざっぱな見積もりとして、 $\pm 5 \times 3$ cm を外れる個体はごく少数といえます。

(Q) 個数だけでなく、長さや面積の比によって確率を求められるという概念を知って衝撃を受けた。

(A) いささか大げさな。。。でも、自然なアイデアでしょう？このアイデアによって、確率の対象が圧倒的に豊富になるのですね。有名なパスカルやフェルマーの時代には想定されていなかったことなのですよ。

(Q) レジュメの答えを見て思ったのですが、なぜ約分しないのですか？

(A) 約分しないほうが、解答のプロセスを想起しやすいからです。

(Q) テーラー展開ってなんですか？

(A) 高等学校では習いませんが、微積分の最も基本的かつ実用性抜群の関数の表現方法です。関数 $f(x)$ を無限に続く多項式で

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_nx^n$$

のように表現したものをテーラー展開といいます。どのような関数がテーラー展開で表されるかをきちんと述べるには、大学初年級の微積分の知識がいります。たとえば、指数関数なら

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots, \quad -\infty < x < \infty$$

となります。指数関数の場合は、テーラー展開はすべての x で成り立ちます。

(Q) $\binom{n}{k}$ という書き方を初めて見た。

(A) 高等学校の教科書では「文科省の検定」というものがあり、全国的に統一した記号が用いられていますが、世界では、さまざまな記号が使われています。たとえば、 $\equiv$ はあまり見ない。子供がドイツの小学校に通っていたとき、使っていた数学の教科書では、おなじみの割り算記号 $\div$ が使われていなかった。国際的によく使われている記号と検定済み教科書の記号がずれていることもしばしばです。

Q) 自然科学総合実験で最小二乗法によって直線の式がわかるのはとても便利だと思った。この内容はしっかり身に付けたいと思います。

Q) 実験で計算していた計算法にこんな意味があったのだと驚いた。

A) そうなんです。最小二乗法は今ではデータを整理するときの基本的手法となっていて、あちらこちらで、理由もわからず（わからなくても処理は可能）使われています。この手法は、ガウスによって発見され、確率統計によって基礎づけられている由緒正しいものなのですね。

Q) 回帰直線で、 $x \rightarrow y$ と $y \rightarrow x$ で答えが異なるメカニズムがよく分からなかった。

A) 講義では、 x を制御変数として、 y を推定する式を最小二乗法で導出しました。これは

$$y - \bar{y} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r_{xy} (x - \bar{x})$$

でしたね。もともとのデータは (x, y) のように対で与えられているので、 y を制御変数として x を推定する式を出すこともできます。しかし、初めからやり直さなくても、上式で x と y を入れ替えればよいのです。相関係数は $r_{xy} = r_{yx}$ を満たすことに注意して、

$$x - \bar{x} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} r_{xy} (y - \bar{y})$$

が得られます。 $y - \bar{y}$ について解けば、

$$y - \bar{y} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \frac{1}{r_{xy}} (x - \bar{x})$$

となりますから、最初の式とは一致しません。

Q) 1年生の実験で使った最小二乗法は $x \rightarrow y$ と $y \rightarrow x$ の区別をちゃんとしていなかった記憶があります。

A) 上に述べたように、 x と y のどちらを制御変数にするかは重要です。制御変数というの

は、実験などでは、誤差なく正確に定めることができる変数の方です。ばね定数の計測の場合なら、重りと伸びの関係を調べることになりますが、重りは正確に定めることができるから、重りの重さが制御変数となります。

(Q) 身長と体重のたとえより、広告費と売上のたとえの方が、 x を定めたときの y の値の見込みを求めるという意味でわかりやすかったです。

A) ありがとうございます。納得してもらえてよかったです。

(Q) 高校のとき確率が苦手だったので、これからの授業が不安ですが頑張ります。

(A) 高校の確率は「組合せ確率」といって、結局は組合せの数を間違えずに数え上げることが基本。数理統計学では、このような確率にとどまっていたら何もできません。連続分布を扱います。なので、気持ちも新たに学ぶことができます。頑張ってください。

(Q) 偏差などの話は、私たちはやらなかったのですが、現在の高校1年生あたりが学習するみたいです。学べなかった分野なのでうれしいです。

(Q) 今は、中学1年生で度数や階級、中央値やモードを習っているようなので、私たち「ゆとり世代」との差が恐ろしく感じました。彼らが大学生になったころは、例えば、この統計学はもっと進んだところを勉強するようになるのでしょうか。

(Q) 今日やったところは、高校の新課程で数学Ⅰに追加されていた。僕は習っていないので、塾で生徒にうまく教えられませんでした。ここで学んで、次はうまく教えられるようにしたいです。

A) 数年おきに文科省主導で教科内容の改訂があるので、年代によって学ぶ内容が少しずつ違うのですね。確率統計は、現代社会を生きるための教養として必須だと思うので、中学・高校でもっと学習すべきだとは思っています。世の中に絶対確実はないから、リスクを確率で評価して、対策するというのが科学的であり、コスト的にも合理的だと思います。が、確率や統計の素養がないと、全く理解できないばかりか、きちんと数字を述べている人に対して悪意を抱いたりするので始末が悪いこともあります。

(Q) なぜ直感で考えた確率と数学的な確率はずれるのでしょうか？

(A) 第一義的には確率に習熟していないため、確率計算の具体例を知らなさすぎるため。十分習熟していても、日常感覚からはずれているんじゃないかと思うケースがあり、これが面白い。条件付確率などでよく起こる。もちろん、実験すれば、直感が間違っていることが確認できて、確率論がランダム現象の説明に成功している理論であることが納得できます。

雑談

(Q) 今日の内容は難しかったので、復習します。

(A) この講義もヤマ場を迎えています。原理的には似たようなことの繰り返しですが、統計的なものの考え方に慣れてゆく必要があるでしょうね。頑張ってください。

(Q) 今週木曜日の「医学基礎生物学」の勉強で頭がパニックしそうなので、頭に入っていなかった可能性が。。。

(Q) 今週の木曜日に医基礎のテストがあります。頭の中で数理統計と医基礎の内容が混ざって気持ち悪かったです。

(Q) 今週の木曜日に専門科目のテストがあるので、終わったら統計の勉強を頑張ります。

(Q) 類似意見多数

(A) 残念ながら、私には助けてあげられません。健闘を祈る。どうやら医基礎では統計学を扱っているようで、うれしくなりました。

(Q) Na^+ チャンネルの開閉確率を求めるときに数理統計の知識が使えました！

(A) それはよかった！もう少し詳しく教えてください。

(Q) 前回の授業に引き続き、統計学について理解を深めることができた。

(Q) 今日の講義はすべて理解できた。

(A) 素晴らしい！応用を図れば、なお深まりますね。この調子で頑張ってください。

(Q) 学食のベジタブルカレーを安さにつられて食べたところ微妙でした。大人しくレギュラーカレーにします。

(A) 下の方と同一人物か？

(Q) 今日のお昼ご飯はカレーでした。とても美味しかったです、向かいの友達が床にカレーを落としてがっかりしていたので食べずらかったです。

(A) 私もカレーは大好きです。好きなのは、マサラです。たぶん、水を使わずに調理するので gluey になります。それが好きです。

(Q) 風邪が流行っています。先生もお気をつけて。

(A) ありがとう。励まされたはしから、風邪ひきで、喉と鼻をやられました。気温の差も厳しいかも。

(Q) 寒くなってきて、大学に来るのがしんどくなってきました。

(A) そうなのよね。仙台は雪が降ったりもするのよね。あつ、でも、仙台駅からならもうすぐ地下鉄が開業しますね！うちには全く関係ないと思いきや、地下鉄開業と同時にバス路線が再編されて、前より不便になることが判明。。仙台から引っ越したくなった。。。

(Q) 栗生の Mousieur Masuno がおいしかったです。おかしやさんです。

(A) 情報をありがとう！

(Q) ポアソン分布と待ち行列、例えば学食の昼の混雑はそこらへんを考慮してレジ数を変えられるようにしているのかなあと思案。建築学科なので、もしかしたら計画するときに仕えるかと思いました。

(A) 全員が一斉に 12 時から 1 時の間に昼休みを取るような、軍隊式というか、そういうシステム自体をやめたらよいと思うところです。待ち行列を考えると、待合室のキャパシティを考えますが、学食ではキャパ無限大（外に並べばいくらでも並べるし）で設計しているのではないかと思うほどの長蛇の列ですね。

(Q) 週末の定期演奏会で頭がいっぱいです。（複数）

(A) 時々、聴きに行くことあるよ。美しい演奏ができるといいね。

(Q) 先週末、部活の芋煮でしたが、あまりにも芋が多すぎて、一生芋煮したくありません。

(A) そんな、一生は長いよ〜。

(Q) PABLO というタルトのお店のタルトが食べたくて、単位円を見てたら思い出しました。

(A)すごい連想力です。味気のない単位円がおいしく見えるなんて素敵です。

(Q) このまえ自転車をこいでいたら口にカメムシが入ってきました。そのような恐ろしい経験を教えてください。

(A) そのあと、かみ砕いて味見したら意外とうまかった？

(Q) 小5のとき、裏庭に生えていた野イチゴの実を食べてたら、実の中にカメムシがいました。口の中に入れて一噛みしてからはカメムシはトラウマになっています。

(A) おっと、タイミングよく、作り話か？ほんとの話か？

(Q) 立体型マスクをして自転車をこいでいたときに、鼻のすき間から鳥のフンが落ちてきたときは死にたくなりました。

(A) 「死にたい」というのはちょっと違うのでは？激しく忘れたいような、適切な表現が思

い浮かばないなあ。

(Q) 怖かったこと。私の祖母はだらしない人です。冷凍庫をきれいにしていたら、私の生まれる前の消費期限のものがありません。時々、祖母の作った料理を食べるとお腹が痛くなります。納得しました。怖かったです。

(A) 笑うべきところか、青ざめるべきか。。。この方、字がとってもきれいで丁寧でした。察するに、後者かと。。

(Q) 昔、映画監督になりたかったんです。ですから、膨大な量の映画を見ていましたし、今もそうなんです。その中で「ニューシネマパラダイス」は特におススメです。それなりに有名で名作の中にあげられることも多いので知っていらっしゃるかもしれませんが、見ていられなければぜひご覧ください。涙不可避です。

(A) 東大（だったはず）を卒業して大手企業に就職したものの1年ほどでやめてしまい、音楽大学にはいりなおして、指揮者になった古い知人がいます。世間の評判ではなく、最後は自分のやりたいことをやったのだと思います。こういうことができるのも、20代、30代までかなあ。時間は有限ですから。

(Q) 「ゼログラヴィティ」という映画がとても好きです。研究のために宇宙に行った女性科学者が、、、（以下、内容紹介）

(A) 飛行機の長旅で見ました。というより、画面だけぼんやり眺めてすごしました。なので、ストーリーはさっぱり。今度、観てみたいと思います。

(Q) 最近みた映画で面白かったのは「インセプション」です。少し昔のものではありますが、何度も見たいと思うほど面白かったです。

A) ディカプリオですね。見てますよう〜。この手のSFは好きです。

(Q) 「RENT」というミュージカル映画がおススメです。エイズのNYのミュージシャンが映画監督を目指す話。

A) 情報をありがとう。機会を待ちます。

(Q) 映画「インターステラー」絶対的におススメです。「ラスベガスをぶつつぶせ」はブラックジャックは確率なんだと教えてくれた映画で、確率の奥深さを認識させてくれたものでした。名前がにたものに「ラスベガスをやっつけろ」というものも見たことがあります。確率の話というよりは、おじいさんたちのほのぼのとした話でした。終わった後に幸せになれるようなものです。

A) 「インターステラー」気になりつつ未見です。

(Q) 今週「トゥモローランド」という映画を友達と観に行きました。現代に住む少年が、あるバッジに触れた瞬間、未来のような異世界に飛ばされてしまうファンタジー系の映画です。(中略)工学部の私にとっては、かなりワクワクするような映画でしたので、先生も見てみてください。

(A) 情報をありがとう。今度ぜひ。

(Q) せっかくなのでおススメのCDを紹介します。Flook の Flat Fish というアルバムです。よかったら聴いてみてください。

(A) ヒラメ? 不知です。今度。。

(Q) 先生は音楽がお好きだということで、私の好きなジャズバンドの紹介をしたいと思います。「PE'Z」です。5人組で、Tp, TSax, Bass, Key, Ds です。編成はバリバリのジャズですが、曲はかなり現代的です。高校時代部活で演奏しましたが、とてもこった曲の作りになっていて(とくに Key) 難しかったです。今年の年末に解散してしまいましたが、全国ツアーに出ているのでぜひ聴いてください。とてもおススメです。

(A) 情報をありがとう。さっそくチェックしたところ、アマゾンで手頃そうなものを見つけたのでジャケ買いしました。「侍 JAZZ」です。青空の下で汗が似合う若者がますます元気になるようなサウンドでした。甲子園でやってそうな。

(Q) 好きな音楽のジャンルは何ですか?

(A) 基本は70~80年代ジャズ、フュージョンでしたが、近ごろは何でも。最近入手したりコピーしたCDから、ビレッジバンガードのコルトレーン(4枚組)、ベリーダンスの音楽(レバノンがよい)、マッコイの fly with the wind、Montsalzatge、Schoenberg、オリーブ・ニュートン・ジョン(古い!)、Grieg など。月並みですが、ピアニストではマッコイとチックコリアは好きですが、内田光子もとても良い。

(Q) The Beatles の A Hard Day's Night の冒頭の一音はどのように演奏されているか、長い間謎だったらしい。(ギター2本とベース1本で出せる音ではないらしい) そのコードを2004年頃にイギリスの数学者が解明したという。数学が音楽と結びつくとは思っていなかったのも、とても面白いと思った。(絶対、あまり関係ないと思うが。。)

(A) 初耳!

(Q) Monty Hall のジレンマは聞いたことがあったが、久々に思い出して面白かった。今後も豆知識的なものを授業で知りたい。

(A) 歴史的なことや世間の話題を取り入れますね。楽しんでもらえると嬉しいです。最近、

リバイバルなのか、流行ってます。これをネタにした本が出ました。放送大学でも取り上げられていました。こう言っちゃなんだが、私の方が一歩先を進んでましたね。

(Q) 朝昼はカレーライスでした。

(A) もう一ひねりしてください。

(Q) 美輪明宏と美川憲一、どちらが好きですか？

(A) 美輪明宏。寺山修司の演劇実験室に出演していた頃（調べたら 1967 年、32 歳くらい）の妖気漂う怪演？とかいう話を寺山の本で読んだことがある。残念ながら、私自身、見たことはないのだが。。。

(Q) 自分が数理統計学を取ろうと思ったのは、著者は忘れましたが「医学的根拠とは何か」という本を読んだからです。読んだことがなければ、一読してみてもいいでしょうか？

(A) 情報をありがとうございます。ぜひ。。。

(Q) 大学病院あたりから仙台駅まで 2 往復、大学病院あたりから川内まで 1 往復、自転車でしたから筋肉痛になりました。

(A) 星陵キャンパスと川内キャンパスが離れていて不便ですね。加えて、青葉山キャンパスまでありますから。キャンパスの配置は、この大学の致命的な欠陥でしょうね。

(Q) 現在バイトで高校 1 年生に確率を教えているのですが、条件付確率に入るところで、乗法定理の証明の説明がどうしてもうまくゆきません。どうしましょう。。。

(A) 「教える」ことは「学ぶ」ための最善の方法と見たり。頑張ってください。

(Q) カルボナーラの作り方。（フローチャート省略）

(A) 絵がいまいちなので、さらなる努力が必要かと。

(Q) 今日学習した仮説検定の有意水準は推理ドラマ「数学少女の恋する事件簿」で使われていました。

A) へー、数学少女ってのが疑問符いっぱい。。。

(Q) 今日から下半期ですね。私は分冊タイプの手帳を使っているので、時に意識しています。「ほぼ日手帳」というものを使っています。とても素敵な手帳なので先生もぜひ。

A) いいですねえ。情緒を感じます。若いころは、毎年 10 月頃になると、翌年の手帳を探しました。カバーや大きさや日割りなど、お気に入りを探すのは楽しいものでしたね。しかし、あるときから、ルーブリー的なシンプルなものになり、ただ 1 週間分がいつぺんに見え

ることくらいが基準になりました。これは長かったですね。数年前からは、ついに紙の手帳はやめて、Google の支配下になりました。管理は iPad です。どこからでも、PC やケータイでもアクセスできるので利便性は格段に向上しましたが、情緒はないですね。昔、手帳を紛失してもものすごく困ったことがありましたが、もはや紛失の恐れは限りなくゼロでしょうか。

Q) 遅延証明書。本日は、列車が遅れまして、大変ご迷惑をおかけしました。お乗りの列車が（空白）分遅れて到着したことを証明いたします。2015 年 6 月 17 日 東日本旅客鉄道株式会社 仙台駅長

A) 列車が遅れたのですね。大変だったことでしょう。ところで（空白）のままで、証明書として認められませよね。

Q) そうめんがおいしい季節になりました。めんつゆとしょうゆを合わせると、とってもおいしいので食べてみてください。

A) とところで、そうめんと冷麦の違いは何でしたっけ？

Q) 栗ようかんを毎日食べるのは現実的ではないので、白米に大麦を混ぜてポアソン分布を考えれば、1 日 3 食として、1 か月くらいで値がそろいますね。←書いた後で気づいたんですが、毎日、ご飯粒を数えるのは難しいですね。アツアツですし。

A) 毎朝、バス停に並んでいる人数を数えて記録するとか、どうでしょうか？

Q) 栗ようかんは、福島県二本松市の玉家玉振堂のものがおいしかったです。とてもおススメです。

Q) 僕は栗ようかんが好きです。

A) 栗ようかんを見るたびにポアソン分布を思い出して欲しいです。それはともかく、「たまやぎょくしんどう」と読むのですね。初めて知りました。

Q) 日常生活の中で「数理統計」を勉強していて得をしたと感じる瞬間はありますか？

A) もはや、私は思考が確率的なので、損得を感じることはありませんよ。

Q) GW中、村上春樹を読みました。「羊をめぐる冒険」が面白かったです。

A) いろいろな本をたくさん読んでくださいね。私は最近、ゆっくり本を読む時間が奪われてしまっていて残念です。

Q) 数学史の話が面白いので、ちょこちょこ入れてほしいです。

A) 雑談のノリでまたお話ししますね。

Q) 麻雀が好きで確率を学びたかったので、楽しみ。

A) 今時、麻雀をやる学生さんがいるんだね。確率は役に立つとは思いますが、講義のレベルではどうでしょうか。