

Q&A 数学概論

(2010—13 頃、学部 1 年生、数学概論 A, B, C)

1. 行列とベクトル
2. 微積分
3. 論理・集合・整数
4. 数学いろいろ
5. 雑談

1. 行列とベクトル

Q) 行列は初めて習いましたが、思いのほか楽しかったです。

Q) 行列は初めて聞いたので新鮮でした。

Q) 今日は「行列」という新しい概念に出会えて新鮮な気持ちがありました。

Q) 行列は経済分野でどのように使われるのですか？計算等のルールが分かりやすく説明されたので良かったです。これから楽しく学べそうです。

Q) 行列を高校でやってなかったのが、今日初めてやりました。周りの人も数 1 A 2 B しかやってなかったみたいで、スタート地点が同じだとわかったのが、ついてゆけるように頑張りたいです！

A) 行列と複素数は高校数学の内容に採用されたり、削除されたりを数年ごとに繰り返していますね。行列は「線形性」と総称される現象の解析に必須です。どんな複雑な現象でも第一近似としては線形性に帰着するので、「科学」をするなら必須です。頑張ってください。

Q) 高校の時、行列はやっていただけ、看護科を受けると決めたときに捨ててしまったので、今日、授業を受けたらうっすらと記憶がよみがえってきました。これから何カ月か、よろしくお願いします。笑顔にとってもいやされました。

A) 高等学校で行列の勉強をした人も、途中で辞めた人も、学んでいない方も、新たな気持ちで取り組んでください。計算練習を通して、だんだん楽しくなりますよ。笑顔でいやされるとは、いいこと言ってくれました。私も皆さんの元気を吸収して生きているのですよ。生血ではないけどね。

Q) 些細なことですが、行列の成分が 2 ケタになった場合、 $[a_{ij}]$ という表示を具体的に書くと区別がつかないと思うのですが。。。たとえば、 a_{111} みたいな。

A) コンマで区切ってください。 $a_{1,11}$ や $a_{11,1}$ みたいに。

Q) A^{-1} の読み方「インヴァース」が気に入りました。コンバーズみたいで響きが良い。 A^{-2} はインヴァースのインヴァースですか？

A) べき乗は $A^2 = AA$, $A^3 = AAA$ のように書きますね。よくご存知のはず。紛らわしいのですが $A^{-2} = (A^{-1})^2$, $A^{-3} = (A^{-1})^3$ のようになります。インヴァースのインヴァースは元に戻りますが、 $(A^{-1})^{-1} = A$ と書きます。

Q) 行列の積がやっかいでしたが努力します。

A) はい、がんばって！最初は どうしてこんな面倒な計算なんだ？と思うでしょうが、このことによって様々な問題が明快に解けるようになるのですよ。

Q) 行列の計算はなかなか面白いと思った。 $AB = BA$ が一般に成り立たないというのが一番驚いた。

A) でしょう。 $AB = BA$ が一般に成り立たないことを「行列の積の非可換性」というのです。日常で考えても (A) コインを入れる (B) ボタンを押す の操作を逆順でやったら缶コーヒーが出てこないことがありますね。

Q) 行列の基本変形は初めてでなかなか難しいです。これからもっと頑張ります。

A) この講義の前半の主要テクニックは、基本変形です。頑張って、マスターしましょう。

Q) 行列の基本変形はパズルみたいで面白いけど、なかなか目標の形にならなくて、少し苦手だと感じた。

Q) 違う手順なのに同じ答えになるのが不思議で面白かった。

Q) こういう計算が全然できないです。計算方法が全く閃かないので苦手です。早くこの単元が終わればいいなと思います。

Q) 全然答えが違ってだめでした。でも、きっと正解したらうれしいと思うのでがんばります。

A) 行列の基本変形は、この講義の核心の一つ。教科書の例題を何度も繰り返して練習してください。違う手順も試してね。要は角に 1 を作るようにうまく変形を繰り返します。他の行を何倍かして足したり引いたりを繰り返します。小さな行列からゆっくりやってみよう。きっとできるようになります。

Q) 教科書のキャラクターが可愛くない。

A) ごもつとも。たぶん、著者の趣味が爆発しているのでしょう（笑）。

Q) 行列式の計算ルールを考えた人は天才だと思います。

A) そうですね。17 世紀半ばに和算の関孝和・田中由真、ドイツのライプニッツ（ニュートンとともに微積分の祖とされる）により、ほとんど同時にかつ独立に考え出されたものです。当時の和算は、ある部分で世界最先端だったんですね（もつとも国際競争はなかったと思いますが）。しかし、自然を数理的に解明するという自然に対峙する思想で科学が発展したヨーロッパと、鎖国していた日本の趣味的数学では、その後の発展がまるで違ってしまいました。明治以降、西洋の科学が輸入され、同時に数学から和算が消えてなくなりました。

Q) 平面が3枚そろって1点が決まるって、かなり「まれ」じゃないですか？直線2本なら、ほぼ必ず1点が定まるけれど。

A) 「まれ」かどうかはかなり主観的な判断でしょうね。一般に平面が3枚あれば1点で交わるのが普通です。つまり、2平面が交わって直線が1本でき、その直線が3枚目の平面を突き抜けるというわけです。そうならないケースの方が、条件がきつくなるので「まれ」ということは言えます。

「まれ」かどうかは確率を計算してもわかります。確率は私の専門なので、語り始めると長くなります。

Q) だんだんわかってきました！やっぱり数学楽しいです。復習しっかりやります。

Q) 数学らしい、理解するとゾクゾクする感覚を味わいました。

A) でしょう。少しずつ練習しながら理解を深めましょう。半年間の講義ですから、理解度は勉強時間に正比例してアップしますよ。

Q) 久しぶりにベクトルの問題を見て、懐かしくなりました（ほか多数）

Q) 高校のベクトルは好きでした。

A) 高校のベクトルは図形の問題とセットですね。楽しい問題が色々あるのですが、、、と言っても、苦手な人も大勢いることでしょうね。

Q) 連立方程式以降、急激に楽しくなってきた。

A) それはよかった。少しずつ積み上げて理解が深まるともっともっと楽しくなりますよ。

Q) 自由度が分かりません。

A) 連立方程式を頭に浮かべてね。未知数 $x, y, z, \dots$ 全部で何個あるか数えて n 個とします。次に、方程式の個数を数えます。方程式の個数も n 個だと数が合うので、うまく解けるかな、と思えます。たとえば、未知数が x, y の2個だと、ふつう方程式の個数は2個ですね（高校級）。でも、ここで待った！方程式が2個あっても、その2つが同じ内容の式だったら2個と数えてはいけません。また、矛盾を含む（2つの式が両立しない）こともあります。単に、方程式の個数では何のヒントにもならないのです。そこで現れる概念が「係数行列の階数」と「拡大係数行列の階数」です。この2つの階数が一致するとき、連立方程式には解があります。一致しなければ、解なしとなります。さらに階数が一致したとして r とします。もし、 $n=r$ なら解はただ1個です（ふつうに解ける状況）。もし、 $n>r$ だと、未知数の個数が多すぎて、完全に解ききれません。 $f=n-r$ を自由度と言います。解は f 個の任意定数を用いて表示されます。自由度とは、解を表示するために必要な任意定数の個数なのです。

Q) 高校の先生が「行列はベクトルだ」って言っていたのですが、どういう意味でしょうか？

A) そのうち出てきますが、「ベクトル空間」という概念があります。行列の集まりはベクトル空間という見方もできて、その見方に立つと、行列をベクトルと呼んでもいいのです。そうすることで、ベクトルとしての性質が浮き彫りになるのですね。

Q) 高校の時は、行列・ベクトルがあまり好きではなかったのですが、この授業をうけて前より好きになったし、前よりわかるようになりました。

Q) 今日で、この授業は最後ですね。数学は高校のころから特異ではなかったので不安でしたが、この授業は楽しかったです。高校のときに理解できなかった行列の分野も理解できて感動でした。

A) 数学が好きになったとするなら、私にとっても大変な喜びです。これからも未知のことにチャレンジしてください。専門分野で数学が必要になったら「応用数学連携フォーラム」をのぞいてみてください。数学と諸分野との交流を目的としています。<http://www.dais.is.tohoku.ac.jp/~amf/>

2. 微積分

Q) 挟み撃ちの原理は、高校の時に数Ⅲでやったので思い出した。当たり前のように得られた定理を証明するのは難しいと思った。

Q) 高校の時に「実数は数直線で並んでいる」と教わったことを思い出しました。それでデデキントの連続性公理のすごさがいまいち伝わりません。

A) 証明のためには、明瞭に定義された言葉を使い、仮定を明確にして、正しいロジックを用いなければなりません。「数直線」というような定義されていない、イメージに訴えるだけの事柄から出発したのでは、証明が成り立ちませんからね。「実数は数直線で並んでいる」というとき、「実数」を説明できますか？「数直線」を説明できますか？高校の教科書を開いてごらん下さい。説明を放棄して、直感に訴えているだけだということを認識する必要があります。

Q) 問題を解くのは苦手ですが、整数論や実数論、数学史などは1つの教科にしてもらい、その講義をとりたいくらいに面白いと思います。

A) ぜひ、いろいろと幅広く勉強してください。しかしながら、「問題を解く」ことなしには数学の研究は成り立ちません。研究そのものと、その研究の概要を知ることは違います。

Q) 自分は多くの事柄に関して先人の功績や先人が考えたものを当たり前のように使っているが、彼らが追い求めた本質というものをあまり知らずに生きているというのが、今日の実数の事柄について学んだことで、改めて気づいた。

Q) 実数は順序体という概念によって正確な証明ができると知った。

Q) 円周率が3.05以上であることを証明する問題が昔東大で出て有名になったが、これをアルキメデスが三角関数もない時代に解いたというのはすごいと思った。そして、昔の天才が苦勞して解いた問題を、今の日本の学生が解いていることに数学の発展はすごいなと感じた。

A) 人が発見し、人が整理したことを、後世の人は読むだけですから、先人の労苦に比べて圧倒的に容易です。だから、ふつうの高校生でも三角関数を操ったり、微積分で面積計算ができたりするのですね。17 世紀にはあり得ないことです。

Q) 3 か月間ありがとうございました。この授業で、集合や数そのものについて今までは知ることができなかった奥深いことを学ぶことができました。より数学が好きになりました。来週のテストに向けて、しっかり復習して、万全の状態で頑張りたいと思います。

A) 数学の基礎を、数学史とともに知るとは、楽しみでもあり、知的財産にもなりますね。これからも続けてください。

Q) 開円板 $B_r(P) = \{Q | d(Q, P) < r\}$ の部分の 2 つの Q は別物と考えればよいのですか？最初の Q はどんな記号を使っても大丈夫ですか？

A) 最初の Q は、集合の元（要素）を代表していて、| の後ろに Q のみたすべき性質が述べてあります。したがって、| の前の Q と | の後ろの Q は同じ文字でなければいけません。同じ文字でありさえすれば、別の文字 A, R, X など何でもよいです。ただし、 P が大文字なので q, a などの小文字を使うのは（勝手ではあるが）不整合で、お勧めできません。

Q) 開円板を $B_r(P)$ と書いていましたが、高校では円を C と表していました。本授業で円を C と表わしてはダメなのですか？

A) 「円」は円周だけの図形、「円板」は円の内部もこめた図形のことです。B は ball から、C は circle から来ています。文字は何を使っても自由ですが、業界の習慣ということもあるので、できるだけ教科書にならって使いましょう。

Q) 開集合の正しい定義がよくわかりません。

Q) 閉集合のイメージがつかめなかった。

Q) 閉集合がいまいちよくわかりません。

A) 最初の理解として、境界を含む図形が閉集合、境界を含まない図形が開集合。でも、この言い方だと、図形の「境界」を説明しなければ、次の段階に進めません。そこで、「境界」を使わないで定義するのです。 D が開集合とは、そこに属する点が、それを中心とする開円板とともに D に属するような集合です。自分が D に属していれば、その周辺も全部 D に属するのです。閉集合とは、点列の極限で閉じている集合のことです。 D の点列 p_n が、 Q に収束しているとき、極限 Q も必ず D に属することになります。教科書の定義を繰り返し、絵を描きながら読んでくださいね。ちなみに、すべての集合が開集合と閉集合に分類されるわけではありません。どちらでもない集合、どちらでもある集合が存在します。

Q) あらゆる近づけ方を考えるとき、なぜ極座標を使うのかがよくわからない。

Q) $p_n(x_n, y_n) \rightarrow 0(0,0)$ と $r_n \rightarrow 0$ が同値というのがわかりません。

A) 点列 $P_n(x_n, y_n)$ が 定点 O に近づくとき、その近づき方には無限のバリエーションがありますね。たとえば、直線に沿って近づくというのは、ひとつの特別な場合です。直線に沿って近づくときは、数式で書けます ($y_n = mx_n$ を満たしながら $x_n \rightarrow 0$ とする、など) が、一般の場合を数式で書くことはできません。定義によれば、 $P_n(x_n, y_n) \rightarrow O(0,0)$ は $d(P_n, O) \rightarrow 0$ のことです。さらに、距離の定義によれば、 $d(P, O) = \sqrt{x^2 + y^2}$ です。そうすると、極座標 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ の便利さがわかるでしょう。つまり、 $P(x, y)$ を極座標で表せば、

$$d(P, O) = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2} = r$$

となり、 r だけの式になります。したがって、関数の極限を考えるときに、

$$|f(x_n, y_n) - a| \leq (r_n \text{ の式}) \rightarrow 0$$

が導かれれば、 $f(x, y) \rightarrow 0$ は $(x, y) \rightarrow 0$ のとき、近づき方によらずに極限值 a をもつと結論付けられるのです。極座標はいつでも役に立つというものではなく、あくまで、上の不等式の右辺の r_n の式に θ_n が現れないときに有効です。

Q) gnuplot は面白いと思いました。受験生とか数学嫌いにお勧めしたいです。

A) フリーでしかもよく出来たソフトだと思います。ぜひ、お試しください。

Q) 3変数以上のグラフの形をつかむことはできるのですか？

A) 値を表す座標軸も必要ですから、グラフは4次元空間に描かれることになりますね。ちょっと想像は困難かと（私には困難）。 $z = f(x, y)$ のグラフにおいて値が一定 ($z = c$) になっている切り口を見ると曲線が見えますね。これが、3変数の関数のグラフなら、切り口が曲面ということです。値をずらしながら、この切り口（曲面）の変形を追跡することで、グラフの全体が想像できるかもしれません。

3. 論理・集合・整数

Q) 素数の奥深さを今回の授業で知ることができました。完全数 6,28 の次は 496 ですね！時間のある時に、また探してみたいと思います。

A) その通り！完全数は、手で計算していたのではなかなか見つかりませんね。メルセンヌ素数と対応するので、メルセンヌ素数を探すことになりますが、これはなかなか大変な問題です。

Q) 完全数は「博士の愛した数式」に書いてあった。少し感動した。

A) 「博士の愛した数式」は映画を観ましたし、原作も読みました。人間愛に溢れていました。

Q) エラトステネスのふるいやユークリッドの互除法といった古典的なアルゴリズムが 2000 年以上たった今なお有効に使われているのには驚きです。

Q) 古代ギリシャの時代になされた素数が無限個あることの証明を聞いて、数学の歴史を感じました。

A) 数学で真であると認められたことは、真であり続けますから、その意味で、正に蓄積の学問です。悠久の時を経て、真実が継承されているわけですね。一方で、新たな知見が得られ、新しい問題が提起され、真実の追求に終わりはないのですね。

Q) 素数を扱う範囲は不思議が多くて面白い。この範囲をもっとやってほしいのが本音。

Q) 素数は無限個あるという果てしないイメージを持つ事実が、非常にシンプルな方法で証明されることに驚きました。

Q) 素数が無限個ある証明はきれいだったので忘れなと思います。

A) 素数の魅力にとりつかれた、歴史上の話は多数あり。様々な性質や問題を、複雑な概念や用語を用いずに述べるができるのに、問題の解決には、相当に大掛かりで深い理論が必要になるのですね。ガウスは「整数論は数学の女王である」と言いました。

Q) ゼロも自然数に含むことがあるとは初めて知りました。

A) ちょっと誤解があるかな。数列などの問題によっては、0 番から始めるほうが好都合なことがよくあります。記号が簡単になるとか、便宜上の理由ですが。そのとき、「 n は 0 以上の整数」とか「 n は 0 または自然数」などというのは面倒なので、いっそのこと、自然数に 0 も含めてしまい、「 n は自然数」と述べたほうが端的でしょう。そんな流儀を採用する著者もいるということです。

Q) 2 乗って初めは小さな数が続いているけど、だんだんと大きな数になってゆきますよね。いまだ信じ難いのは紙を折り続けると富士山の高さを超えるという理論上の計算です。

A) 紙 1 枚の厚さを 0.1 mm として、2 倍、2 倍、として行くと。。。 $2^{10}=1024$ =約 1000 としてみると、 $0.1 \text{ mm} \times 1000 = 10 \text{ cm}$ 、 $10 \text{ cm} \times 1000 = 100 \text{ m}$ 、 $100 \text{ m} \times 32 = 3200 \text{ m}$ 。もう一息！ $3200 \text{ m} \times 2 = 6400 \text{ m}$ 富士山を超えました！何回折ったかな？26 回ですね！ただ、物理化学的にいうと、紙を折りたたむのには分子の配列に力を加える必要があります。どんなに大きな紙から始めても 10 回と折りたたむことはできないのですね（やってごらん）。だから、「紙を折りたたんで富士山を超える」というのは、ちょっと無理。紙を積み上げてなら OK。

Q) 学籍番号を素因数分解すると 2^{11} になりました。

A) こういうの好きだねえ。すばらしい！着眼点です！忘れませんね！

Q) $\sqrt{2}$ が無理数であることの証明は何度聞いても感心します。洗練されていて美しいです。

A) 背理法は気持ち悪いという人がある一方で、こういう意見もあるのが面白いです。

Q) $e^{i\pi} = -1$ は確かに美しい式だと思います。

A) 数学には絶対的な定数はあまりないですよ。物理なら、重力定数とかプランク定数とか、それ自身を詳しく計測すべき定数がありますが、数学では、長さ 1 とするなど勝手に設定すること

も多いです。しかし、円周率、ネピアの数（自然対数の底） $e = 2.7182\cdots$ 、虚数単位 i は数学の定数と言えますね。これらの間に、単純な関係式があるのはたしかに驚きですね。

Q) 真偽値表を習い、0 と 1 を組み合わせて真偽を表すのは、なんだかデジタルのようだと思いました。これがド・モルガンの法則の証明に使え、実際に証明できたときはすごい！と驚きました。ベン図でなくとも簡単に証明できるので、この方法はすごいと思いました。

A) コンピュータのプログラミングの根本は論理演算ですから、まさにデジタル思考への入り口なのですよ。

Q) ラッセルのパラドックスが難しくてよくわかりませんでした。でも、論理演算は楽しかったです。

Q) ラッセルのパラドックスは自己言及性についての問題指摘ですよ。倫理で「クレタ人は嘘つきだ」を例にして習いました。

A) 落ち着いてロジックを追ってください。自己矛盾を示すので、いささか気持ち悪いものですが、そこは我慢。

Q) 素数と整数の濃度は同じである？ならば、有理数と整数の濃度は同じなので、有理数と素数の濃度も同じですか？

A) はい、その通りです。集合の要素の個数(つまり、濃度)という観点からは同じです。一方で、数直線上で考えた時、その分布状況は著しく異なります。

Q) 最初のペアの公理がよくわからなかったです。しかし、その考え方で、数学的帰納法自体の証明ができるのは、よいなと思いました。高校では、数学的帰納法はドミノのようなものと教わりました。

A) ドミノというのはよいたとえですね。

Q) $2+3=0$ という今までにない計算に出会えて刺激的でした。

Q) 高校の冬休みに趣味で整数の剰余類関連の問題をやりました。その時は訳がわからなくて、嫌な正月になりましたが、今年はいいいお正月を迎えられそうです。

Q) 合同式は高校の時に少し触れたが、今日習ったような仕組みは知らなかったので、楽しかった。

A) 剰余類の計算は、いろいろと応用が広がりますが、高校では取り扱わない課題ですね。講義ではもう少し深いところまで進む予定です。楽しんでください。

Q) 互いに素な a, b だと 1 次不定方程式 $ax+by=k$ の解は無限個存在するというのはすごく興味深い性質だと思った。

Q) 最大公約数が 1 ならどんな整数も表せられるなんて、にわかには信じがたいです。信じてないわけではありません。

Q) $13x+17y$ ですべての整数を表せるということに驚きました。証明はついて行くのが大変だったので、復習して自分のペースで確認しつつ、じっくりくるようにしたい。

A) 基本的な結果ですが、直感ではなかなか難しいでしょうね。

Q) 自然数の各桁のわが9の倍数なら、その自然数が9の倍数と言える理由を今日初めて知りました。

A) 同様にして、3の倍数も判定できます。合同式を用いてトライしてみてください。

Q) 不定方程式をユークリッドの互除法で解くという発想はなかった。

A) 1組の解が見つかるかとあとは易しいのですが、解が複雑で見つけられないときに有用です。

Q) たとえば、 $5x \equiv 3 \pmod{7}$ を解くとき、 $3 \equiv 10$ より $5x \equiv 10$ として $x \equiv 2$ とするのが楽な気がする。

A) 大いに結構です。最後の簡約は x の係数 5 が 7 と互いに素であることから許されます。 $4x \equiv 8 \pmod{8}$ において $x \equiv 2 \pmod{8}$ を導くのは誤りです。 $x \equiv 2 \pmod{8}$ は確かに解ですが、解はほかにもありますね！

Q) 数の体系の変遷が代数の視点で示されると、人がどのように数を見てきたか、その一面が垣間見えるような気がした。

Q) 環とか体の考え方をを用いて、自然数から有理数までの流れを説明できるのは面白い。

A) 代数学はとにかく抽象に走りますが、多くの演算体系に共通の根元的な性質を抉り出して、それだけからどれほどのことが言えるかを追求してきたという歴史があります。

Q) ブール代数についてやった。集合の計算と普通の数の加法と乗法が似ていることに大変驚いた。

A) ブール代数は、前半にやった命題論理や真理値にも関係があるのですが、深入りする時間がありませんでした。興味があれば、記号論理学の入門書をひも解いてみてください。

4. 数学いろいろ

Q) 高校時代には数学ⅠAⅡBしか学習していなかったのですが、ついていけるでしょうか？今日の授業も少し早目に感じました。

A) 高校時代に学んだ数学の上にあるような題材はあまり扱いません。むしろ、チャンスがあれば高校1年生レベルでも取り組めるようなものが主体です。概説は黒板でやりますが、真の理解を目指すには、当然、予習・復習が必要です。高校数学のように手取り足取りを期待してはいけません。

Q) 教科書購入は必須でしょうか？お金ないです。

A) 教科書に従って、教科書の問題を解きながら授業をします。図書館で借りることもできますが、たぶん、蔵書には数冊しかないと思います。急いで。

Q) かなり初歩的なことですが、 σ ってなんですか？

A) ギリシャ語のアルファベットも大文字と小文字があって、 σ は小文字のシグマ、 Σ は大文字のシグマです。

Q) 講義で具体的な話を聞くとわかりますが、教科書などの記述は抽象的でわかりにくいのです。

A) 講義と教科書は相補的なものですから、一方だけで理解しようと思わないことです。また、わかりやすいことが必ずしも、物事の理解を進めるものとは言えません。わかりやすいということは、学習者から頭のトレーニングの機会を奪っているとも言えるからです。少し難しいことを徹底的に考えるのが良いでしょう。

Q) 私は数学は嫌いではありません。むしろ、答えは1つだし、勉強すればできるようになり、楽しくなってくるので、割と好きです。中学のころから思うのですが、なぜ数学を学ぶのでしょうか？算数は日常で必要だと思うのですが、将来的に数学って必要でしょうか？

A) 職業によっては数学そのものが必要になります。そのような職業は少ないかもしれませんが、数学を学ぶことで自分の可能性が広がります。若い人は可能性を広げる努力をしてほしいと思います。また、物事をきちんと筋道を立てて考える訓練になります。日々の生活の中にはきちんと考える必要なく、直感で済んでしまう事柄もたくさんありますが、きちんと考えないと立ち行かないこともまたたくさんあります。数学は科学の心を育てます。「なぜだろう？」に答えて「なぜならば」とくれば、あとを続けるには数学の心が必要です。

Q) 他の授業で24単位埋まってしまったので、モグリで受けさせてもらいます。ひっそり頑張ります。

A) 受講は自由です。見識を広めてください。

Q) 文学部に数学は必要でしょうか？

A) 「学部として」というときは、いつでも平均値みたいなものを意味しますね。「学部として」はもっと大事なことがあるので、数学は必要かもしれないが、優先度は低いでしょう。一方で、「個人として」みれば、平均値をめざすことに意味はないでしょう？幅広い見識をもち、多角的に物事を判断できることが大事なわけで、そのために、「平均値」的に用意されたメニューばかりではなく、様々な学問に接してください。大学は、その点、実に幅広いものです。もちろん、数学を知っていることは、いろんな意味で役に立つでしょう。

Q) 先生はどんな研究をなさっているのですか？

A) 数学の中でも、皆さんの知っている微分積分や確率の延長にある分野といったところです。行列の積では $AB = BA$ が一般には成り立ちません。この性質を非可換性といいます。非可換性がき

いてくる確率論が中心テーマです。複雑なネットワークの性質などを調べることができます。詳しくは、私のホームページを見てね。

Q) 生きているうちに量子コンピュータが実用化されるといいなと思いました。

A) んー、どうでしょう？

Q) シラバスにレポートとありますが、数学のレポートって全くイメージがわかりません。

A) 数学の普通の問題を解いて、それを整然と描いてもらうものです。試験の答案と変わりません。

Q) 単位をください。

A) はい、あげます。

Q) テスト頑張ります。

A) 是非、がんばって。テストのために数学を勉強するのはつまらないものですが、一つのけじめとして前向きに考えてください。

Q) 僕は「数の悪魔」という本を読んで数学に興味を持ちました。数学と自然界の間に深い関係があることを知りとても面白い学問だと思いました。

Q) 受験の際には、数学が唯一の楽しみでした。個人的には行列も取り上げて欲しかったです。あと整数論も好きです。

A) へー、数学が唯一の楽しみだなんて、生活が暗すぎないか？あるいは、数学の内面に触れつつ、一人悦に浸ったいるとか？なんか、偉い数学者の伝記に出てきそうですね。整数論は少し勉強しますよー。

Q) 数学が好きになりそうです。

A) それはうれしいです。

Q) 今まであまり考えていなかった自然数の定義や p 進法などについて学習でき、今日も数学のことをいろいろと勉強できて楽しかったです。ハノイの塔、計算したら 2000 年ぐらいになりました。264-1 は莫大な数ですね。

A) 2000 年なんてものではありません。もう一度、やり直してください。

5. 雑談

Q) 春ですね。早く夏来ないかな。

A) まだ来ないでしょ！5月だから。

Q) 私は兵庫県の神戸から来ました（手あげなかったですけど）

Q) 私は秋田県の鹿角市出身で、きりたんぽの産地です。

Q) 私は茨城県出身ですが、先生の「近い」「遠い」の境目はどこですか？ちなみに隠れてメロンが名産です。たぶん。

Q) 先生はとくになまりはないようですが、出身はどこらへんですか？ちなみに私は福島です。

Q) 気のきいたことが思い浮かばないので、自己紹介します。新潟市から来ました。カラオケ大好きです。数学も好きな教科です。よろしくお願いします。

Q) 長野県の南の方に住んでいます。先生は都会と田舎の区別はどっからどこまでだと考えていますか？ちなみに実家は最寄駅から5 km離れていて、そこまでに信号が1つもないです。

A) 皆さん、いろいろなところから来ているのですね。郷土自慢も楽しいものでしょう。田舎と都会の違いですか？あまり考えたことはありませんが、地下鉄が走っているかどうか？小学生がヘルメットをかぶって通学しているかどうか？デニース、スタバ、マック、コンビニがあるか？シネコンがあるか？などでどうでしょう？

Q) 僕の出身は東京です。江戸時代は農民だったそうです。

Q) これから難しくなりそうな気がしました。長野県出身です。

Q) 授業では言いませんでしたが、自分は和歌山県出身です。和歌山はラーメンが有名なので、和歌山に来てくだされば店案内しますよ。

Q) 静岡県出身で名乗りをあげたものです。突然ですが、ウナギパイは好きですか？

Q) 私は宮城県の加美町の出身です。山形県に近いためか、夏暑くて冬寒い、厳しい気候です。

Q) 私は宮城県名取市出身です。5月から冷房とは驚きです。仙台は住みよいところです。でも、冬は寒くて大変ですね。あと県南の方は、夏、結構暑いですよ（角田、丸森など）

A) みなさん、いろいろなところから来ているのですね。それぞれの土地の話は楽しいものです。私の出身は、東京。そのあと、京都、名古屋、そして今、仙台です。

Q) 私は〇〇女子高から来たので、東北大学に女子が少なくて驚きです。

A) 東北大学では女子学生は「局在」しています。南キャンパスや星稜キャンパスなど。青葉山では、稀有な存在かも。

Q) 新築よりもさびれた建物の方が私は落ち着くので、昔の川内北キャンパスを見てみたかったです。

A) 「さびれた」からは「しっとりと落ち着いた静けさ」「時代を超えた伝統美」のようなものが感じられますが、ちょっと前の北キャンパスはそれとは無縁のぼろさでした。あくまで私見。

Q) 去年、入学して休学していたので、今年復学しました。

A) では再出発ということで、学生生活を楽しんでまいりましょう。

Q) 高校時代は素因数分解と微分積分が妙に好きな生徒でした。（中略）文系出身なのに理系分野大好きな母の影響も大きいかもしれません。

A) 素因数分解については、そのうち学びますよー。お楽しみに（数学概論A）。

Q) 高校で16進数を習いました。私の誕生日512（10進数）は200（16進数）になるので、メールアドレスに入れているのですが、誰も気づいてくれませんでした。自分で言い広めています。

A) 銀行などの暗証番号に誕生日を使ってははいけません。でも8進数とかに変換すれば誕生日も使えますね！

Q) いつも外で歌っている人が同じ個所だけ歌っているのが気になる。その先を謳ってほしい。

A) 講義中、いつも同じ時間になると聞こえてきますよね。私も、気持ちよさそうに歌っている歌声が気になってました。

Q) ドラキュラがお好きだということで。先生はドラキュラはいたと思いますか？それともカニバリズムの一種や習慣で血液を飲んでいた者がレジェント化したとか？

A) 吸血鬼で年齢数百年というキャラをもった化け物はいないでしょう。創作物のルーツはブラム・ストーカーの小説でしょうか。お読みください、面白いよ。私は、生きているうちに、トランシルバニアを訪ねてみたいと思っている。地元には、ドラキュラ伝説のかけらもないらしいが、小説の舞台となった雰囲気だけでも味わいたいと思っている。

Q) 梅雨をどうにかしてください。

A) まったく、鬱陶しい日々が続きます。でも、仙台では気温が30度そこそこなので、西日本などに比べればまだましだと思います。昨今のニュースでいう39度なんて、かつての日本にはあり得なかった。

Q) 日本がワールドカップ出場が決定しましたね。（以下略）（2013年）

A) 僕もうれしいです。

Q) 屋外でのスポーツ授業の直後だからか、太陽光に頭をやられて終始ぼーっとしていました（笑）

A) あー、そうなんですね。スポーツなんて授業があるんですね？

Q) 僕はラーメンが大好きですが、よそから来たので近くのおいしいラーメン屋を知らず困っています。数学ついでにラーメン屋も教えてください。1年間よろしくお願いします。

A) ネットとかガイドブックで探してみたら？地元の友人はいないの？まずは、誰でも1度は試してみる一風堂から始めますか？あと、1年間はお付き合いしません。3か月です。

Q) 私はカゼをひいたら熱が出ずに鼻水が出ます。先生はカゼを引くと何が出ますか？

Q) 風邪でのがが痛いときには、かんきつ類は食べないほうがいいらしいですよ。

A) アドバイスをありがとうございます。

Q) 最近、ストレスで過食です。

A) 医療従事者として、ストレスにはどう対処するのがいいのでしょうか？

Q) 土日で実家に帰っていたので、若干、ホームシック気味です。

A) 仲の良い家族なんですね。大家族？兄弟姉妹が多い？いずれにせよ、うらやましい。

Q) テレビが壊れました。サッカーが見れません（涙）

A) おっと。。。私もテレビはありませんが、なんとか見えています。スーパースター選手に乏しいドイツが意外にしぶとく強い。前回の優勝は1990年イタリアカップのはず。このとき、私はドイツに住んでいたので、大騒ぎでした。ちなみに決勝は対アルゼンチン、盛り上がり欠けるチープな試合だったと思う。

Q) ツイッターやってますか？

A) 年末（2009年）の鳩山首相「新年からツイッターやるぞ」宣言を見て、私も登録。始めてみたものの、いまいち楽しさが分らず。不熱心。でも、なぜだか鳩山さんがフォロワーになっている。

Q) よい傘をお持ちですね。

A) お目が高い！お気に入りの傘で、雨の日も気分は晴れです。

Q) 先生ってフォークやってそうですね

A) これって「昭和っぽい」ということか。フォークやってません。

Q) 地元の商店街から、ベガルタ仙台の試合のチケットをもらったので、先週の土曜日に見に行きました。テレビで観るよりおもしろかった。

A) ですね。

Q) 今日も雨だけど仙台駅から自転車できました。しかし、傘をさすと危ないので、びしょぬれになりました。ふふふ。

A) 最後の「ふふふ」が意味不明。

Q) 「秒速5センチメートル」という映画を知っていますか？日本のアニメーション作品で、小学生の男の子がいろいろな経験をしながら大人になってゆく過程を描いた青春物語です。とにかく絵がきれいです。おススメです。

A) 情報をありがとう。未見なので、機会があれば。。

Q) 雑談が楽しいです。どんどんしてください。

A) 調子の乗ると授業が進みません。

Q) いまさらながら「レミゼラブル」を見にゆきました。ミュージカル映画はどちらかというと苦手ですが、この作品はすべてのセリフに節がついていて、急に曲が始まって歌い出したりすることがなくて、なんとなく安心して観られました。アンハサウェイがソロで歌っている長いワンシーンが素晴らしかったです。おすすめの映画です。

A) 当時のフランスの階級社会とそこから来る貧困がやるせないです。

Q) この前、理系（特に工学部）の施設が立派で絶望しました。

A) 建物だけが立派でも駄目。そこにいる人が大事！

Q) 女3人で姦しいとはよくいったものです（苦情）。

A) このクラスでは女性が多いからねえ。。。これ見た人、気をつけよう！

Q) 先生は、大学生がいか様な態度で授業を受けるべきだとお考えになりますか？

A) 先生の言うことを信ずることなかれ。本に書いてあることを信ずることなかれ。ましてやウェブ記事などを信ずることなかれ。じゃあ、何を信じればよいのか？すべての情報は発信人というフィルターによってバイアスがかかっているもの。意図的であろうがなかろうが。多くの先生、本、記事にあたって、よく比較して自分で考えることが大事。

Q) 仙台に来て驚いたのは、たこ焼き屋が人気だということです。祭りには屋台があったり、ビル内に店があったり、もっと関西ローカルなものかと思っていました。（味はやはり大阪のほうがおいしいですが）明石焼きの存在はあまり知られていないようです。（中略）こんなことを書いていると地元に戻りたくなってきたので終わります。

A) 明石焼は、だし汁につけていただき、淡泊な味わいですよね。神戸の方で有名だと思いますが、最近は食していません。

Q) 僕は好きな食べ物は？と聞かれても、とっさに答えられない人なので、人生損してるんですね？

A) まさか、そんなことはないですよ。おいしいもの、まずいもの、取り混ぜていろいろ食してみてください。

Q) 私は青が好きです。先生は紫が好きなんですか？服が ALL 紫なので。

A) はい、その通り。やや赤みがかったのがお気に入り。でも ALL 紫ではなかったはず。

Q) イラスト（掲載不能）

A) かわいいイラストありがとう！喜びました。

Q) あいかわらず、寒いです。

A) そうなんです。仙台は梅雨明けまで寒い日があるんですね。私も、仙台に赴任した最初の年は、梅雨時に暖房が欲しくなったりして困りました。春に来たので、暖房準備していませんでしたから。

Q) 雨なのになんてがんばって来ました。徒歩 30 分で！

Q) 雨だけど 40 分かけて歩いてきました。

Q) 今日は雨の中、先生の授業を受けるために頑張って来ました。先生にお会いできて良かったです。

Q) 雨の中、歩いて来ましたよ～。

Q) 雨だけど、数学のために、自転車をふっ飛ばしてきました。

Q) 今日は雨で、家が国見で少し遠いのですが、先生の授業が受けたくてがんばって来ました。最近、雨が多くて嫌ですね。仙台の夏は雨が多いのが嫌ですね。でも、私は暑いのが苦手なので仙台が好きです。

Q) 雨なのになんてがんばって来ました。徒歩と電車とバスを駆使して 1 時間かかりました。風邪気味でコンディション悪いです。

Q) 今日は雨でしたね。スニーカーから雨水がしみてきて靴下がびしょびしょになりましたが、先生の楽しい授業を受けたい一心で学校に来ました。

A) 今日は、本当にひどい土砂降りでしたね。びしょびしょになってしまった人、風邪引かないように気をつけてね。仙台は交通機関が貧弱な上、川内あたりは坂なので、こういう日は通学が本当に大変ですね。がんばって出席している皆さんのためにも、毎回、何か得るところがあるようなわかりやすい授業を心がけています。

Q) 好きな食べ物はラーメンです。

Q) 西公園近くにある一風堂というラーメン屋はとてもおいしいので、是非、行ってください。

A) ラーメン好きな方、多いですねえ。日本の生んだ、簡単そうで奥の深い食ですよ。ラーメン道なる道もあるらしいし。

Q) 東北大学病院の近くにある 48 号線沿いのローソンの隣にある和食のお店はオススメです。特に「お造り膳」は味・コストともにかなりいいと思います。

A) こういう情報うれしいですね。星稜方面はなじみが薄いのですが、今度トライします。

Q) お酒はお好きですか？ライカ・ホワイト・ヨギというお酒がヨーグルト風味のリキュールでおいしいです。

A) ははーん。若いころはよく飲みましたが、近頃は疲れやすいし、朝早くから忙しいので、多少たしなむ程度。ギリシャのキルシュ系のお酒「ウゾ」がお気に入り。アニスの風味がよいですね。

Q) 先生は、芋煮は仙台のみそに豚肉と、山形のしょうゆに牛肉のどっち派ですか？ちなみに僕は山形派です。

A) 仙台に来た1年目、芋煮会に誘われ行ってみると、河原いっぱい所狭しと芋煮会が催されていてとても驚きました。花見には親しんでおりましたが、芋煮にはびっくり。そして、仙台式と山形式の違いをすぐにレクチャーされました。仙台式は、ふつうは「トン汁」というものでは。トン汁に唐辛子をいっぱい入れて食するのが好きです。

Q) 「4 分間のピアニスト」という映画をこの前見ました。なかなかでした。

A) それは未見。「海の上のピアニスト」なら見ました。なかなかですよ。

Q) 今日も楽しかったです。

Q) 先生はわかりやすくて字もきれいで、2 セメも先生の授業が受けたかったです！（ほか少数）

A) ありがとうございます。いろいろと雑談するのが好きなのですが、ここ数回はラストスパーク気味なので、数学に集中しています。数学の内容で面白い、楽しい、という部分が見つかれば、儲けものです。みなさん、専門に進めば、数学という教科に接することはなくなるでしょうけれど、数学そのものは専門のいたるところに顔を出すはずですよ。そのときに、拒絶反応がでるか親近感をもつかで、その理解度に大きな差が出るでしょう。そのためにも、数学に接し続けておくことはオススメです。入試も終わったし（期末試験はあるけど）、他人から数学のできを評価されることも減ってゆくでしょう。自分のペースでやれば楽しい部分が色々あるはずですよ。将来、数学に接しなくなったら、「応用数学連携フォーラム」を訪ねてみてください。

<http://www.dais.is.tohoku.ac.jp/~amf/>

Q) 短い間でしたが、あなたとの思い出は忘れません。

A) この「あなた」というのが受け入れられません。