

2003 年度 解析学 A (C11101) 期末試験問題

実施: 2003. 7.14 (月) 1 講時

- 解答は整然と文章によって記せ. 式だけ・答だけは採点対象外とする. (Make up logical and clear sentences. Answers by only equations and symbols are exempt from marking.)
- 読めない解答は採点から除外する. (Illegible answers are immediately exempt from marking.)
- 下記の 5 問から 4 問だけを選択解答せよ. (Select and answer just four among the five questions.)

1. (1) 平均値の定理を述べよ. 特に, 仮定・結論をはっきりと. (State the mean value theorem. Clarify the assumption and conclusion.)

(2) $f(x)$ を有限開区間 (a, b) 上で定義された 2 回微分可能な関数とする. もし, すべての $x \in (a, b)$ に対して $f''(x) = 0$ が満たされれば $f(x)$ は 1 次関数であることを平均値の定理を用いて証明せよ. (Let $f(x)$ be a twice differentiable function on a finite open interval (a, b) . Assume that $f''(x) = 0$ for all $x \in (a, b)$. Prove with the help of the mean value theorem that $f(x)$ is a linear function.)

2. 次式で定義される関数 $f(x)$ について問に答えよ. (Answer the following questions on $f(x)$ defined below.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 + e^{1/x}} & x \neq 0, \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

(1) $f(x)$ は $x = 0$ で連続か? (Is $f(x)$ continuous at $x = 0$?)

(2) $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能か? (Is $f(x)$ differentiable at $x = 0$?)

(3) 次をみたす定数 a, b を求めよ. (Find constant numbers a, b satisfying the following identity.)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \{f(x) - (ax + b)\} = 0.$$

3. 次の積分を計算せよ. (Calculate the following integral.)

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin x + \cos x} dx$$

4. 関数 $f(x)$ を次のように定義する. (Define a function $f(x)$ by the following.)

$$f(x) = \arctan \frac{1-x}{1+x} + \arctan \frac{1+x}{1-x}$$

(1) $f'(x)$ を求めよ. (Find $f'(x)$.)

(2) 次の極限値を求めよ. (Find the following limits.)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +0} f(-1-x), \quad \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$$

(3) 次の積分を計算せよ. (Calculate the following integral.)

$$\int_0^2 x f(x) dx$$

5. 次の積分について問に答えよ. (Answer the following questions on the integral.)

$$I = \int_0^1 \sin(\log x) dx$$

(1) I は広義積分であることを説明し, I の定義を記せ. (Explain that I is an improper integral and state the definition.)

(2) I の値を求めよ. (Find the value of I .)

(評価に無関係 No concern with marking) 講義のホームページを訪問しましたか? はい いいえ (Have you ever visited the Web Page of this course? yes no) 訪問した人は意見を書いてください. そのほか, 講義について自由になんでも書いてください. (If yes, state your opinion. Besides feel free to mention your opinion about the course.)