

2003 年度 解析学 B (C11202) 期末試験問題

実施: 2003. 2. 9 (月) 1 講時

- 解答は整然と文章によって記せ. 式だけ・答だけは採点対象外とする. (Make up logical and clear sentences. Answers by only equations and symbols are exempt from marking.)
- 読めない解答は採点から除外する. (Illegible answers are immediately exempt from marking.)
- 下記の 4 問から 3 問だけを選択解答せよ. (Select and answer just three among the four questions.)

1. 関数 $f(x, y) = (x^2 - 4x)(y^2 - y)$ について次の問の答えよ. (Answer the following questions on the function $f(x, y) = (x^2 - 4x)(y^2 - y)$.)

- (1) $f(x, y)$ の全微分 df を求めよ. (Find the total differential df .)
- (2) 曲面 $z = f(x, y)$ の $(3, 2)$ における接平面の方程式を求めよ. (Find the equation of the tangent plane of $z = f(x, y)$ at $(3, 2)$.)
- (3) $f(x, y)$ の極値を求めよ. (Find the extreme values of $f(x, y)$.)

2. 周の長さ L が一定の直角 3 角形のうちで面積が最大のものを求めよ. (Determine the right triangle which has the maximal area among the ones with a given circumference L .)

3. 変数変換 $\Phi : (u, v) \mapsto (x, y)$ が

$$x = \frac{v}{u}, \quad y = uv$$

によって定義されている. 以下の問に答えよ. (Answer the following questions on the change of variables $\Phi : (u, v) \mapsto (x, y)$ defined as above.)

(1) $0 < a < b, c > 0$ を定数とする. xy -平面の領域 D を

$$D = \{(x, y); ax \leq y \leq bx, 0 \leq xy \leq c\}$$

で, uv -平面の領域 E を

$$E = \{(u, v); \Phi(u, v) \in D\}$$

で定義する. D, E を図示せよ. (Let $0 < a < b, c > 0$ be constant numbers and define domains D and E as above. Illustrate D and E .)

(2) 変換 Φ のヤコビ行列式

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$$

を求めよ. (Find the Jacobian of the transformation Φ .)

(3) 次の積分を変数変換 Φ を用いて計算せよ. (Compute the following integral by using Φ .)

$$\iint_D e^{xy} dx dy.$$

4. 次の積分を計算せよ. ただし, $n = 0, 1, 2, \dots$ である. (Compute the following integral for $n = 0, 1, 2, \dots$)

$$\iiint_K x^{2n} y^2 dx dy dz, \quad K = \{(x, y, z); x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$