

## 2004 年度 解析学 B (C11202) 期末試験問題

実施: 2005. 1.31 (月) 1 講時

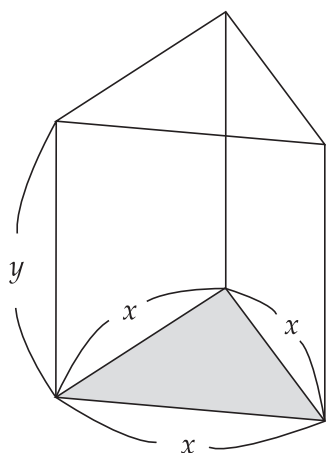
- 解答は整然と文章によって記せ. 式だけ・答だけは採点対象外とする. (Make up logical and clear sentences. Answers by only equations and symbols are exempt from marking.)
- 読めない解答は採点から除外する. (Illegible answers are immediately exempt from marking.)

1. 関数  $f(x, y) = (x^2 + 2y^2)e^{-x^2 - y^2}$  について次の問に答えよ. (Answer the following questions on the function  $f(x, y) = (x^2 + 2y^2)e^{-x^2 - y^2}$ .)

(1)  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$  を求めよ. (Compute  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$ .)

(2)  $f(x, y)$  の極値を求めよ. (Find the extremal values of  $f(x, y)$ .)

2. 図のような三角柱において, 表面積  $S$  を一定に保ったまま  $x, y$  を変化させるときの体積  $V$  の最大値をラグランジュの未定係数法を用いて求めよ. ただし, 表面積の計算にあたって, 三角柱は側面および上底面の 5 面からなることに注意せよ. (Consider a triangular prism illustrated below with a constant surface area  $S$ . Find the maximum volume  $V$  by means of Lagrange's method. Note that the triangular prism has five faces.)



3. 次の積分を計算せよ. (Calculate the following integral.)

$$\iint_D \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq x, y \geq 0\}.$$

4. 半径 1 の球面を回転軸を 5 等分するような平行な平面によって分割した. 得られた 5 つの曲面の表面積の大小について判定せよ. (Divide the unit sphere into five parts by parallel planes in such a way that the axis is divided into five segments of the same length. Compare the areas of the five surfaces.) 必要なら,  $z = f(x, y)$ ,  $(x, y) \in D$ , によって与えられる曲面の面積の公式

$$\iint_D \sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2} dx dy$$

を用いよ. (May use without proof the above formula for the area of the surface  $z = f(x, y)$ ,  $(x, y) \in D$ .)

