平成 26(2014) 年度 数学概論 B 演習問題 No.1

(1) $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ とするとき, 次を計算せよ. (2×2 行列の逆行列は講義中に示した公式を用いよ.)

$$2BA \qquad AC \qquad BA + 2CA$$

$$B^{-1} \qquad C^2 \qquad BC^{-1}B$$

(2) 次の行列を階段行列に変形して階数を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

(3) 次の連立方程式を行列の基本変形を用いて解け. そのとき, 係数行列と拡大係数行列の階数を求めること.

$$\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3z + 2x = 6 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + y - z = 4 \\ -2y + x = 0 \end{cases}$$

(4) 次の行列の逆行列を基本変形を用いて求めよ.

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

平成 26(2014) 年度 数学概論 B 演習問題 No.2

(1) 次の行列式を計算せよ.

$$
\begin{vmatrix} -2 \end{vmatrix} \qquad
\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \qquad
\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} \qquad
\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 6 & 5 & 4 \end{vmatrix} \qquad
\begin{vmatrix} 0 & -1 & 5 \\ -2 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}
$$

(2) 次の行列の $(2,2)$-余因子と $(2,3)$-余因子を求めよ.

$$
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \qquad
\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \\ -3 & 6 & 1 & 2 \end{bmatrix}
$$

(3) 次の行列式を計算せよ.

$$
\begin{vmatrix} 5 & 4 & 7 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}
$$

(4) 次の行列式を計算し, 答えは因数分解の形で求めよ.

$$
\begin{vmatrix} 1 & a^2 & b+c \\ 1 & b^2 & c+a \\ 1 & c^2 & a+b \end{vmatrix} \qquad
\begin{vmatrix} x-5 & -2 & 1 \\ 4 & x-5 & -2 \\ 2 & -4 & x-4 \end{vmatrix}
$$

(5) 次の逆行列を (i) 行列の基本変形, (ii) 余因子, を用いて求めよ.

$$
\begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 7 & 2 \end{bmatrix}
$$

平成 26(2014) 年度 数学概論 B 演習問題 No.3

(1) 次の連立方程式について, (i) 行列で表示せよ. (ii) 拡大係数行列に基本変形を施して, 階数を求めよ. (iii) 解の自由度を求めよ. (iv) 解を求めよ.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y + 3z = 4 \\ -2x + y - z = -3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - z = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y + 2z = 6 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3y - 5z = -6 \end{cases}$$

(2) 次の行列の $(2,1)$-余因子, $(2,2)$-余因子, $(2,3)$-余因子 を求め, 2 行目について余因子展開で計算せよ.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(3) 次の行列式を計算せよ.

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

(4) 次の行列の逆行列を行列の基本変形を用いて求めよ.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

(5) 2 次元空間のベクトル

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

を考える.

(i) 3 つのベクトルを座標平面に図示せよ.

(ii) $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ が線形独立 (=1 次独立) であることを示せ.

(iii) $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が線形従属 (=1 次従属) であることを示せ.