

解析学入門・期末試験対策 (2019.07.03)

- 期末試験日: 7 月 24 日 (水)
- 教科書・参考書・ノート等の持ち込み不可
- 通信機能のついている時計・計算機等は使用禁止 (カバンにしまう)

※ 中間試験問題も合わせて, よく研究しておくこと.

[I] 数学用語の定義とそれを具体例を用いて説明すること.

- (1) 直積集合
- (2) 全単射
- (3) 連続濃度
- (4) 順序同型
- (5) 整列集合

[II] 次の命題の真偽とその理由.

- (1) $f: X \rightarrow Y$ を写像とするとき, X の部分集合 A, B に対して $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ が成り立つ.
- (2) 集合 A が $\mathbb{N} \subset A$ を満たせば, A は可算集合である.
- (3) $\mathbb{N}$ の部分集合をすべて集めた集合 (べき集合という) は可算集合である.
- (4) $\mathbb{N}$ の有限部分集合をすべて集めた集合は可算集合である.
- (5) A, B, C を集合とする. $|A| \leq |B|$ かつ $|B| < |C|$ であれば $|A| < |C|$ である.
- (6) $[0, 1] = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ から $[0, 1) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}$ への全単射は存在しない.
- (7) 2 つの濃度 a, b が $a < b$ であれば $a + \aleph_0 < b + \aleph_0$ である.
- (8) 写像 $f: X \rightarrow Y$ が順序同型であれば, 逆写像 $f^{-1}: Y \rightarrow X$ も順序同型である.
- (9) $\mathbb{Z}$ は通常の順序 $\leq$ に関して整列集合である.
- (10) すべての集合 x に対して $x \neq x \cup \{x\}$ が成り立つ.

解析学入門・中間試験問題 (2019.05.29)

- 教科書・参考書・ノート等の持ち込み不可
- 通信機能のついている時計・計算機等は使用禁止（カバンにしまう）

[I] 次の数学用語の定義を述べよ (集合と写像については既知としてよい). 次に, その定義を数の集合などの具体例を用いて説明せよ.

- (1) 和集合
- (2) 単射
- (3) 全射
- (4) 合成写像
- (5) 可算集合

[II] 次の主張は正しいか? 正しいければ○を記して, その理由を述べよ (厳密な証明は不要). 誤りならば×を記して, それを示す例 (反例という) によって説明せよ.

- (1) $\emptyset \in \emptyset$.
- (2) A, B, C を集合とする. $A \cap B = B \cap C = \emptyset$ であれば, $A \cap C = \emptyset$ である.
- (3) A, B を集合とする. $A \cup B = B$ であれば, $A \cap B = \emptyset$ である.
- (4) A, B を集合とする. $A \setminus B = \emptyset$ であれば, $A \cap B = A$ である.
- (5) 写像 $f: X \rightarrow Y$ が全射, 写像 $g: Y \rightarrow Z$ が単射であれば, 合成写像 $g \circ f: X \rightarrow Z$ は単射である.
- (6) 写像 $f: X \rightarrow Y$ が全射, 写像 $g: Y \rightarrow Z$ が全射であれば, 合成写像 $g \circ f: X \rightarrow Z$ は全射である.
- (7) A, B が可算集合であれば, $A \cap B$ は可算集合である.
- (8) A が有限集合, B が可算集合であれば, $A \cup B$ は可算集合である.
- (9) 全単射 $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ が存在する.
- (10) E を偶数の自然数の集合とすれば, 全単射 $\mathbb{Z} \rightarrow E$ が存在する.