

数理統計学 問題集

【対象クラス】

- ・ 数学概論D（月曜日 2 講時）
- ・ 数理統計学概要（火曜日3講時）
- ・ 数理統計学（水曜日3講時）

問題は次の分類に従って番号付けされている

- 第 1 章 データの統計的扱い（問題なし）
- 第 2 章 1変量データ（可視化、代表値、ばらつき、標準化）
- 第 3 章 確率の初歩（確率の導入、事象の演算）
- 第 4 章 条件付き確率（ベイズの公式、事象の独立性）
- 第 5 章 確率変数と確率分布（確率変数の導入、平均値と分散、平均値の線形性）
- 第 6 章 基本的な確率分布（離散分布、連続分布、正規分布から導かれる分布）
- 第 7 章 標本抽出と母数の推定（標本抽出、推定量、大数の法則）
- 第 8 章 区間推定（母平均の区間推定、中心極限定理、母比率の区間推定、分散の区間推定）
- 第 9 章 仮説検定（形式、母平均の検定、2種類の過誤、母平均の差の検定、適合度の検定）
- 第 10 章 2変量データ（散布図、相関係数、回帰直線）
- 第 11 章 多変量データと確率ベクトル（データ行列、確率ベクトル、多次元正規分布）
- 第 12 章 多変量解析（問題なし）

*) 必須問題 **) 計算技術や数学知識など色々な意味でやや高度

問題* 2.1 次表はある試験結果(100点満点)の生データである.

- (1) データの大きさ, 最大値, 最小値, 範囲, メディアンを求めよ.
- (2) 20以上30未満のように階級幅を10として, 度数分布表とヒストグラムを求めよ.
- (3) 度数分布表をもとにして, 平均値と標準偏差を求めよ.

82	74	92	20	22	85	81	44	37	67
83	79	70	83	67	75	35	87	68	83
74	80	63	55	60	67	65	55	99	75
54	75	90	76	60	49	75	85	52	62
88	71	92	85	62	60	85	30	85	87
65	78	77	55	54	84	82	60	79	60
72	49	53	73	52	64	75	80		

問題* 3.1

袋の中に同じ大きさの球が、赤 6, 白 5, 青 4 個入っている。ランダムに 2 個取り出すとき、それがともに赤である確率と、赤と白である確率を求めよ。

問題 3.2

ジョーカーを除いた一組のトランプから4枚のカードを抜き取った時、スペードとハートのカードが1枚ずつ含まれている確率を求めよ.

問題 3.3

ロクロを半径 1 の円周上の一様な確率空間と考え、長さ s の弧には $\frac{s}{2\pi}$ の確率を与える．この円周を 25 等分して各区域に番号 $1, 2, \dots, 25$ を付ける．ロクロを回して偶数番号の区域が自分の前で止まる確率を求めよ．

問題* 3.4

半径 **1** の円板上にランダムに 1 点をとる. その点が, 中心角が **0** から $\frac{\pi}{4}$ ラジアンまでの扇形部分に入る確率を求めよ.

問題* 3.5

20本のうち、5本が当たりであるクジがあり、A、Bの2人が1本ずつクジを引くものとする。

- (1) Aが引いたクジをもとに戻し、よくかきまぜて次にBが引くとき(復元抽出)、2人とも当たりである確率はいくらか。
- (2) Aが引いたクジをもとに戻さず、次にBが引くとき(非復元抽出)、2人とも当たりである確率はいくらか。

問題** 3.6

30人が集まったパーティで, その中に, 誕生日が同じ (同月同日) 者が一組でもいる確率はいくらか. ただし, 2月29日は除くものとする. 「いる」 「いない」の確率がほぼ五分五分となるのは参加者が何人のときか.

問題* 4.1

事象 A, B が互いに独立であるとき, A^c, B^c も互いに独立であることを示せ.

問題* 4.2 事象 A, B, C が

$$P(A \cap B \cap C) \neq 0, \quad P(C|A \cap B) = P(C|B)$$

を満たすとき, $P(A|B \cap C) = P(A|B)$ が成り立つことを示せ.

問題 4.3 次の式が成立するための条件をそれぞれ調べよ.

$$(1) \quad P(A|B) + P(A^c|B^c) = 1$$

$$(2) \quad P(A|B) = P(A|B^c)$$

問題* 4.4

ある疾病に罹患しているかどうかを調べるため、地域健康診断を実施した。この疾病に罹患している確率はほかのデータから 0.50% と考えられている。また、疾病に罹患している人がこの検査で正しく陽性とする確率は 0.95 、疾病に罹患していないのに誤って検査で陽性とする確率は 0.10 である。ある人が検査を受けた結果、陽性であった。このとき疾病に罹患している確率はいくらか。

問題 4.5

集団健康診断において、ある病気に罹っているかどうかを調べるために検査をおこなった．ここで、病気という事象を A ，検査で陽性とする事象を B としよう．この検査では病気に罹っている人が正しく陽性とする確率 $P(B|A) = 0.99$ ，病気に罹っていない人が正しく陰性とする確率 $P(B^c|A^c) = 0.9$ であるという．次の問いに答えよ．

- (1) 集団 X では、病気に罹っている確率 $P(A) = 0.02$ である．集団 X のある人が検査で陽性とした場合、病気である確率 $P(A|B)$ はいくらか．
- (2) 集団 Y では、病気に罹っている確率 $P(A) = 0.2$ である．集団 Y のある人が検査で陽性とした場合、病気である確率 $P(A|B)$ はいくらか．

問題* 4.6

2つの壺 U_1, U_2 があって, U_1 には赤球 5 個, 白球 3 個, 黒玉 2 個, U_2 には赤球 2 個, 白球 3 個, 黒玉 5 個が入っている. いま, U_1 から 1 個の球を取り出して U_2 に入れ, 次に U_2 から 1 個の球を取り出したところ黒球であった. はじめに U_1 から取り出した球が黒球である確率を求めよ.

問題** 4.7

1番から10番の番号が付いている10枚のチケットがある．このうち1番と2番には景品がついている．ある人が4枚のチケットを買った．次の条件付き確率を求めよ．

(1) その人は1番をもっていると告げた．このとき, 残りの6枚に景品付のチケットが残っている確率を求めよ．

(2) その人は景品を少なくとも1個手に入れたと告げた．このとき, 残りの6枚に景品付のチケットが残っている確率を求めよ．

問題* 5.1

1 つのサイコロを続けて 4 回ふるとき，奇数の出る回数を X とすれば， X は離散的な確率変数である． X の確率分布を求め，平均値と分散を計算せよ．

問題* 5.2

確率変数 X の平均値を μ , 分散を σ^2 とするとき, $M(a) = E[(X - a)^2]$ を最小にする a の値は μ であり, その最小値は σ^2 であることを示せ.

問題 5.3 次の値を確率変数 X の平均値 μ , 分散 σ^2 を用いて表せ.

(1) $E[X(X - 1)]$ (2) $E[X(X + 5)]$

問題* 5.4 確率変数 X_1, X_2 は独立で、平均 μ 、分散 σ^2 をもつ同分布に従うとき、次を求めよ.

(1) $E[X_1 + X_2]$

(2) $E[X_1 X_2]$

(3) $V[X_1 + X_2]$

(4) $V[X_1 X_2]$

問題* 5.5

k を定数とするとき, 連続的な確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ は次のように与えられているという.

$$f(x) = \frac{1}{3} + kx \quad (\text{ただし, } 0 \leq x \leq 2)$$

次を求めよ.

- (1) 定数 k
- (2) 分布関数 $F(x)$
- (3) 確率 $P(0.5 \leq X \leq 1)$

問題** 5.6

半径 R の円板内からランダムに点を選ぶ. X をこの選ばれた点と円板の中心との距離とする.

- (1) X の分布関数と密度関数を求めよ.
- (2) X の平均値と分散を求めよ.

問題** 5.7

底辺の長さ l , 高さ h の三角形の内部よりランダムに点を選ぶ. X をこの選ばれた点と底辺との距離を表すとする.

- (1) X の分布関数と密度関数を求めよ.
- (2) X の平均値と分散を求めよ.

問題** 5.8

X は正の整数値を取る確率変数であり，平均値が存在するとき，

$$E[X] = \sum_{x=1}^{\infty} P(X \geq x)$$

が成り立つことを示せ.

問題** 5.9

2つの密度関数 $f_1(x)$, $f_2(x)$ はそれぞれ平均値 μ_1 , μ_2 , 分散 σ_1^2 , σ_2^2 をもつとする. そのとき,

$$f(x) = \frac{1}{3} f_1(x) + \frac{2}{3} f_2(x)$$

もまた密度関数であることを示せ. この分布の平均値と分散を求めよ.

問題** 5.10 確率変数 X は分布関数

$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \frac{x}{3} & (0 \leq x < 1) \\ \frac{x+1}{3} & (1 \leq x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

をもつとする. そのとき, 次の確率を計算せよ. (注意: X は連続型ではない.)

$$(1) P\left(X \leq \frac{1}{2}\right) \quad (2) P(X \leq 1) \quad (3) P(X < 1) \quad (4) P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right)$$

問題* 6.1 確率変数 X が $(0,2)$ 上の一様分布に従うとき, 次の確率を求めよ.

(1) $P(X > 0.5)$

(2) $P(X < 1.2)$

(3) $P(X > 1.5 \mid X > 0.5)$

問題* 6.2 確率変数 X が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとする.

(1) $\mu = 5, \sigma = 2$ のとき, $P(X \leq 7)$ を求めよ.

(2) $P(X \leq 6) = 0.9772, P(X \leq 4) = 0.8413$ であるとき, μ と σ の値を求めよ.

問題 6.3

ある年齢の男性 10000 人について身長 [cm] を調べたところ, 平均値=170.2, 標準偏差=5 の正規分布に従うことがわかった. 次の問いに答えよ.

- (1) 身長が 165cm から 176cm までの人数は何人か.
- (2) 身長が 180cm 以上の人数は何人か.

問題 6.4

知能指数 IQ は正規分布 $N(100, 15^2)$ に従う. IQ が150 以上の人は全体の何パーセントを占めるか?

問題* 6.5

大学 1 年生の統計学の試験の得点は, 平均 55 点, 標準偏差 15 点の正規分布 $N(55, 15^2)$ に従うものとする.

- (1) 上位 15% の学生に成績「優」をつけようと思う. 何点以上とすればよいか.
- (2) テストの得点 X を正規分布 $N(50, 10^2)$ に従うように 1 次変換したものである. 得点 X を偏差値 Y に変換する式を作れ.

問題** 6.6

料金徴収所での客の到着時間間隔 X (分) は指数分布に従い, 平均の到着時間間隔は 0.5 分とする.

(1) X の確率密度関数を書け.

(2) X の分布関数は $1 - e^{-2x}$ である. これを利用して, 到着時間間隔が 0 と 1 の間にある確率を求めよ.

問題** 6.7

確率変数 X は分布関数

$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \frac{x^2}{R^2} & (0 \leq x \leq R) \\ 1 & (x > R) \end{cases}$$

をもつとする.

- (1) 密度関数 $f(x)$ を求めよ. また, その平均値と分散を求めよ.
- (2) $Y = X^2$ の密度関数を求めよ. Y は何分布に従うか.

問題* 6.8

Z は標準正規分布に従い, $z(\alpha)$ はその両側 α 点とする. T は自由度 ν の t 分布に従い, $t_\nu(\alpha)$ はその両側 α 点とする.

- (1) 標準正規分布表により, $\alpha = 0.20, 0.10, 0.05$ に対して, $z(\alpha)$ の値を求めよ.
- (2) t 分布表により, $\alpha = 0.20, 0.10, 0.05$ と $\nu = 10, 20, 30$ に対して, $t_\nu(\alpha)$ の値を求めよ.
- (3) これらの結果から, $z(\alpha) < t_\nu(\alpha)$ であることを確かめよ.

問題** 6.9

標準偏差 σ を平均値 μ で割ったものを変動係数という。ポアソン分布で変動係数が 2 であるとき、その平均値 μ を求めよ。

問題** 6.10

確率変数 X が 2 項分布 $B(50, 0.1)$ に従うとき, 確率 $P(X \leq 3)$ を計算せよ.

また, この確率を 2 項分布のポアソン近似 (2 項分布がポアソン分布に収束すること) を用いて計算し, 正確な確率と比較せよ.

問題** 6.11

製薬会社が、ある病気にかかっている20人の患者に新しい薬を服用させた。もし、その薬が患者の各人を直す確率が 0.15 であり、ある患者に対する結果が他の患者に対する結果と独立ならば、20人の患者の内3人以上が治る確率はいくらか。二項分布を用いて厳密値を求めよ。次に、ポアソン分布による近似計算を行い、値を比較せよ。

問題** 6.12

ある家庭には固定電話1個と携帯電話2個があるとする. 1日に固定電話にかかってくる電話の回数 X は平均 $E[X] = 4$ のポアソン分布 $Po(4)$ に従う. 1日に2つの携帯電話にかかってくる電話の回数をそれぞれ Y, Z とし, これらはいずれも平均 $E(Y) = E(Z) = 3$ のポアソン分布 $Po(3)$ に従い, それらは独立とする. そのとき, 次の問に答えよ.

- (1) 1日に携帯電話にかかってくる電話の回数の合計 $Y + Z$ はどのような分布に従うか.
- (2) 1日にその家庭にかかってくる電話の回数の合計 $X + Y + Z$ はどのような分布に従うか. また, 1日にその家庭にかかってくる電話の回数の合計が $X + Y + Z = 10$ である確率を求めよ.
- (3) 1日にその家庭にかかってくる電話の回数の合計が $X + Y + Z = 10$ であるとき, 固定電話の回数 X はどのような分布に従うか.

問題* 7.1

ある年齢の女性の身長 X は平均値 156.0cm, 標準偏差 5.0cm の正規分布に従うという. いま, この集団から n 人標本抽出することを何回もおこなったとき, その標本平均 $\bar{X}$ は正規分布 $N(156.0, 0.2)$ に従った. 標本の大きさ n を求めよ.

問題* 7.2 X, Y は独立な観測で、平均と分散はそれぞれ

$$E[X] = E[Y] = \mu, \quad V[X] = \sigma^2, \quad V[Y] = 3\sigma^2$$

であるとする．定数 a, b を係数とする観測の線形関数 $T = aX + bY$ に対して、次の問に答えよ．

- (1) T が μ の不偏推定量であるためには、 a, b はどのような条件を満たさねばならないか．
- (2) T が μ の不偏推定量であるとき、分散を最小にする a, b の値を求めよ．

問題 7.3

平均 μ_1, μ_2 , 分散 σ_1^2, σ_2^2 をもつ 2 つの異なる母集団から取り出した無作為標本 $X_1, \dots, X_{n_1}; Y_1, \dots, Y_{n_2}$ の標本平均を $\bar{X}, \bar{Y}$ とするとき, 次の加重平均 M の平均値 $E[M]$ と分散 $V[M]$ を求めよ.

$$M = \frac{n_1 \bar{X} + n_2 \bar{Y}}{n_1 + n_2}$$

問題* 7.4

区間 $[0,1]$ 上の一様分布に従う母集団から取り出した大きさ 2 の標本 X, Y を考える. このとき, 相乗平均 $\sqrt{XY}$ は母平均の不偏推定量ではないことを示せ.

問題** 7.5 $X_1, X_2, \dots, X_n$ を一様分布 $U(0, \theta)$ からの無作為標本とする.

- (1) $Y = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ の密度関数を求めよ.
- (2) 次の 2 つの推定量 T_1, T_2 はともに, θ の不偏推定量であることを示せ.

$$T_1 = \frac{n+1}{n}Y, \quad T_2 = 2\bar{X}$$

- (3) (2) の 2 つの推定量 T_1, T_2 のうち, どちらがより有効な推定量であるか.

問題** 7.6

確率変数 X が 2 項分布 $B(10, 0.4)$ に従うとき, X が 母平均 μ から 2 以上離れる確率 $P(|X - \mu| \geq 2)$ を求めよ. その確率についてチェビシェフの不等式が成り立つことを確かめよ.

問題** 7.7

確率変数 X が正規分布 $N(5, 4)$ に従うとき X が母平均 μ から 3 以上離れる確率 $P(|X - \mu| \geq 3)$ を求めよ. その確率についてチェビシェフの不等式が成り立つことを確かめよ.

問題* 8.1

正規母集団 $N(\mu, 0.5^2)$ から大きさ $n = 25$ の無作為標本を抽出し, 標本平均 $\bar{x} = 18.26$ を得た. 母平均 μ の 95% 信頼区間を求めよ. また, 90% 信頼区間を求めよ.

問題* 8.2

標本抽出された 8 人について血清総コレステロール [mg/dL] を測定したところ、次の結果を得た.

170, 189, 187, 192, 208, 152, 178, 222

血清総コレステロールの平均値を信頼係数 0.95 で区間推定せよ.

問題* 8.3

世論調査によると, 500人中 280 人が, ある候補者を支持するという結果を得た.
この候補者の支持率の 95% 信頼区間を求めよ. また 90% 信頼区間を求めよ.

問題 8.4

2010年国民健康・栄養調査によれば、15～19歳の女性でやせの者 ($\text{BMI} < 18 \text{ kg/m}^2$) は 146 人中 25 人であった。日本全国の 15～19 歳の女性でやせの者の比率（割合）を母比率として、次の問いに答えよ。

- (1) 信頼係数 0.95 で母比率を区間推定せよ。
- (2) 信頼係数 0.99 で母比率を区間推定せよ。

問題 8.5

ある地区の 250 人においてあるテレビ番組に対する視聴率は 20% であった.
視聴率の 90% 信頼区間を求めよ. また, 95% 信頼区間を求めよ.

問題* 8.6

確率変数 X が 2 項分布 $B(12, 0.4)$ に従うとき, 確率 $P(3 < X \leq 6)$ を計算せよ.
また, この確率を 2 項分布の正規近似を用いて計算し, 正確な確率と比較せよ.

問題 8.7

1つのサイコロを 360 回ふったとき, 3 の目の出る回数が次の範囲にある確率を, 正規分布で近似して求めよ.

(1) 70 回以上

(2) 52 回以上 65 回以下

問題* 8.8

1つのサイコロを続けて 100 回ふり，出た目の数の平均値を計算したとき，3.75 以上になる確率はおよそいくらか．

問題 8.9

ある考えに賛成の意見をもっている人の割合は 50%であるという. 100人標本抽出して調べた場合, 賛成意見が 40% 以上 60% 以下である確率を求めよ.

問題* 8.10 次のデータは鉛の融点を 12 回測定した結果（単位：°C）である.

327.1 325.5 336.8 324.2 328.5 321.0

332.2 321.8 317.1 337.8 324.0 326.8

- (1) これらの測定値は正規分布 $N(\mu, 6.5^2)$ に従っているものとして, 鉛の融点 μ の信頼区間を求めよ. ただし, 信頼度は 95% とする.
- (2) これらの測定値は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従っているものとして, 鉛の融点の信頼区間を求めよ.

問題* 9.1

正規母集団 $N(\mu, 6^2)$ から大きさ $n = 50$ の無作為標本を抽出したところ, 標本平均は $\bar{x} = 28.4$ であった. 帰無仮説 $H_0: \mu = 30$ を次の 2つの対立仮説に対してそれぞれ検定せよ.

- (1) $H_1: \mu \neq 30$ (2) $H_1: \mu < 30$

問題 9.2

母分散 $\sigma^2 = 15$ の正規分布に従うといわれる母集団から、標本数 30 の無作為標本を抽出し、標本平均 $\bar{x} = 56.75$ を得た．母平均を $\mu = 60$ とみなしてよいか．

問題* 9.3

過去の実験から、ある製品の不良率は正規分布 $N(0.02, 0.04^2)$ に従うことがわかっている製造方法を変更して $n = 200$ の無作為標本について検査したところ、標本平均は $\bar{x} = 0.015$ に向上していた。効果があったといえるか。

問題* 9.4

ある植物の生育は平均 $\mu = 15.4$ の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うことがわかっている．ある年, 成長促進剤を施したところ, 標本数 $n = 24$ のデータで, 標本平均 $\bar{x} = 18.4$, 不偏分散 $u^2 = 6.8^2$ であった．この促進剤の効果はあったといえるか．

問題 9.5

A 県の高校 2 年の男子の平均身長 [cm] は 169.2 である. A 県である運動部に属している同じ学年の男子学生から 30 人標本抽出して調べたところ, 平均値 = 172.0, 不偏分散 = 32.5 であった. この運動部の男子学生の身長の平均は 169.2 と考えられるか. 有意水準 5% で検定せよ.

問題* 9.6

メンデルの法則によれば、ある花の栽培において、2 種類の花が 3 : 1 の割合で生ずるという。実際に 217本 栽培した結果、花が 156 : 61 の割合で発生した。この結果はメンデルの法則に従っているといえるか。

問題 9.7

定説では生まれてくる子供の男女比は 51:49 であるという．ある集団に対して調査した結果, 出生数が男 538人, 女 508人であった．この調査結果は定説を支持しているか検定せよ．

問題* 9.8

公平なコインAと表が出る確率が 60% のイカサマコインBの区別ができなくなってしまったため、試しに一方を150回振って表の回数を調べて判断することにした。帰無仮説 $H_0 : p = 0.5$ を対立仮説 $H_1 : p = 0.6$ に対して有意水準 5% で検定するときの第2種誤り確率を求めよ。

問題** 9.9

次の 8 個の数は正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から取り出された無作為標本である.

12.8 15.8 14.3 4.9 6.6 8.5 12.2 3.4

(1) 母分散 $\sigma^2 = 4^2$ が既知であるとき, この標本は平均値 $\mu = 7$ の正規母集団から取り出された無作為標本といえるか検定せよ.

(2) 母分散 σ^2 が未知であるとき, この標本は平均値 $\mu = 7$ の正規母集団から取り出された無作為標本といえるか検定せよ.

問題* 9.10

A 校から無作為に生徒 14 名を抽出し、同じく B 校から無作為に 12 名を選び、知能指数を比較したところ、A 校の平均 $\bar{x} = 115$ 、B 校の平均 $\bar{y} = 108$ を得た。両校に差があるといえるか。ただし、A 校、B 校ともに知能指数は標準偏差 15 の正規分布に従うものとしてよい。

問題* 9.11

ある意見項目に対する賛否を男女別に集計したところ、次の結果を得た.
賛成者の比率に男女差があるといえるか.

	賛成	反対	計
男	58 (0.592)	40 (0.408)	98 (1.000)
女	28 (0.394)	43 (0.606)	71 (1.000)

問題 9.12

ラットを 50 匹ずつ 2 群に分け，一方にはある物質 A を投与し，もう 一方には投与せずに，それぞれ一定期間飼育して発症の有無を調べたところ，次のような結果を得た．A の投与・非投与により発症率に差があると考えられるか．有意水準5%で検定せよ．

	発症あり	発症なし	計
A投与群	16	34	50
A非投与群	8	42	50
計	24	76	100

問題* 9.13

ある映画で観客の人数を調べたら, 男性 60 人, 女性 86 人であった. このことから映画の人気に男女の違いはあるか. (1) 二項母集団の母比率の検定 (2) 適合度検定, の2つの方法で確かめよ.

問題** 9.14

次の表は, 5枚のコインを同時に投げる試行を250回行ったときの結果をまとめたものである. この結果から, コインの出方に偏りがあると言えるだろうか, 二項分布と比較して判定せよ.

表 : 裏	0:5	1:4	2:3	3:2	4:1	5:0	合 計
度 数	6	25	71	89	46	13	250

問題** 9.15

下の表はプロ野球の1試合当たり，両チーム合わせたホームラン数を調べたものである．ポアソン分布に適合しているか検定せよ．

HR数	0	1	2	3	4	5	6	7	合計
試合数	40	42	36	14	6	3	2	0	143
割合	0.280	0.294	0.252	0.098	0.042	0.021	0.014	0.000	1.000

(2016年プロ野球公式戦 楽天戦 全143試合)

問題* 10.1

次のデータについて, X と Y の相関係数 r を求めよ. 次に, X を独立変数, Y を従属変数とする回帰直線 $y = a + bX$ を求めよ.

番号 i	1	2	3	4	5
変数 X	-6	0	2	4	5
変数 Y	5	2	0	-3	-4

問題* 10.2

次のデータはある高校での試験の成績である。散布図を書け。さらに、相関係数を計算して回帰直線を求めよ。

英語 (x)	83	80	48	68	70	45	72	28	51	32	42	38	52	80	52	78	32	60	54	49
国語 (y)	55	42	32	71	67	60	63	51	49	51	64	15	73	71	32	68	42	55	62	31

問題 10.3

表は10名の学生の間中間試験と期末試験の結果である．散布図を描き，回帰直線を求めよ．さらに，決定係数を求めよ．

中間試験 (x)	44	68	32	63	82	88	37	51	65	60
期末試験 (y)	53	76	56	68	86	79	64	61	71	56

問題 10.4** 新生児の身長， 体重のデータが得られた. 散布図を書け. さらに，
相関係数を計算して回帰直線を求めよ. EXCEL などを使え.

番号	身長	体重
1	46.0	2700
2	49.5	3220
3	50.0	3360
4	50.0	3500
5	49.0	3120
6	50.0	3160
7	53.0	4150
8	48.0	3310
9	49.0	2880
10	50.5	3090
11	49.5	3020
12	49.0	3360
13	50.0	3110
14	50.0	3560
15	47.5	2990

番号	身長	体重
16	50.5	3440
17	48.0	2920
18	49.0	3060
19	49.0	3360
20	50.0	3400
21	48.0	3200
22	50.5	2940
23	48.5	2850
24	50.5	3220
25	48.5	2750
26	49.0	3020
27	48.5	2570
28	48.5	3030
29	45.0	2410
30	51.0	3280

番号	身長	体重
31	50.5	3140
32	49.0	3040
33	52.0	3910
34	50.0	2770
35	46.5	2340
36	50.0	3140
37	50.5	3560
38	50.0	3390
39	50.0	3420
40	51.0	3450
41	49.5	3590
42	48.5	2830
43	48.0	3120
44	51.0	3190
45	50.0	3600

番号	身長	体重
46	47.0	2980
47	50.0	3090
48	51.0	3630
49	53.0	4060
50	50.0	3720
51	50.0	3400
52	50.5	3430
53	51.0	3250
54	48.0	2760
55	50.0	3320
56	49.0	2930
57	50.0	3320
58	48.0	2620
59	47.5	2860
60	48.0	2530

問題* 11.1

2つの確率変数 X, Y が独立であるとき, $aX + bY$ と $cX + dY$ の相関係数を求めよ. ただし, a, b, c, d は定数とする.

問題 11.2

サイコロを2個投げて出た目のうち大きい方を X , 小さい方を Y として確率ベクトル $\mathbf{X} = [X \ Y]^T$ を定義する. ただし, 同じ目が出たときは, その目を $X = Y$ とする. $\mathbf{X}$ の平均ベクトル, 分散共分散行列, 相関行列を求めよ.

問題** 11.3 関数

$$f(x, y) = \begin{cases} Ce^{-2x-3y}, & x \geq 0, \quad y \geq 0 \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

が同時密度関数になるように定数 C の値を定めよ. 次に, 周辺密度関数を求めよ.

問題** 11.4

2次元確率ベクトル $\mathbf{X}$ の密度関数が

$$f(x, y) = C \exp(-5x^2 + 4xy - y^2 + 18x - 8y - 17)$$

で与えられている. ただし, C は定数である. $f(x, y)$ は2次元正規分布の密度関数であることを示し, 定数 C と $\mathbf{X}$ の平均ベクトルと分散共分散行列を求めよ.