

令和4年度(2022)前期水曜日 16:20-17:50

宮城教育大学2年生向け

# 解析学入門

## ■ 概要

数学を読み書きするための基本的な言葉が集合と写像であり、その体系を支えているのが論理である。この講義では、集合と写像の基礎概念から始めて、無限集合・集合の濃度・順序集合・順序数について学ぶ。その上で、集合論に基づいた数の構成を扱う。

## ■ 授業の到達目標

1. 集合・写像の基礎概念を理解し、論理的な記述ができるようになる。
2. 同値関係・順序関係等の二項関係を理解して使えるようになる。
3. 集合の濃度を通して無限集合を理解する。
4. 数の論理的構成を理解する。

## ■ 担当者

尾畑伸明（非常勤講師、本務：東北大学大学院情報科学研究科）

obata@tohoku.ac.jp

<https://www.math.is.tohoku.ac.jp/~obata/student/subject/>

## ■ 教科書

拙著：集合・写像・数の体系，牧野書店，2019。

過年度の講義「解析学入門」をまとめたもの。ただし、絶版となっているため、草稿(PDF)をウェブサイト(上記)に掲載する。それにかかわらず、自分に合いそうな本を1冊準備すればよい。

## ■ Google Classroom で配布する教材

1. 上記教科書の各章（一部省略）の基礎的な部分を説明した講義ビデオ(mp4)
2. 上記教科書に掲載されている問題を抜粋した問題集(pdf)  
この問題集で【必須】とある問題に取り組むことが最低限のノルマである。  
【高度】とある問題は特に意欲のある学生向け。
3. 上記教科書の各章の問題（一部省略）を解説したビデオ(mp4)

## ■ 成績評価の方法

小テスト＋期末試験(詳細未定)

## ■ 授業の形式

1. 授業前に講義ビデオを視聴するなどして自宅学習を行い、授業時間中は演習や議論を行う(反転授業).
2. したがって、教室ではいわゆる講義は行わない.
3. 教室では、問題集(上記)への取組み、小テスト(Google formを想定)、学生諸君の発言をもとに質疑応答と討議を行う.

## ■ 勉強の進め方(一例)

1. 教科書の該当する章を通読し、その章のビデオ講義を視聴する.
2. 章ごとに学習ノートを作成する.
  - ・勉強したポイント、わかりにくいところや理解できていない事柄などを洗い出す.
  - ・自分で納得がゆくだけ、教科書やほかの文献を丹念に調べノートを作り上げる.
3. 問題集の該当する問題を自力で解き、問題解説ビデオで確認する.
  - ・【必須】とある問題に取り組むことが最低限のノルマである.
  - ・まずは、自力で学習ノートを参照しながら取り組む.
4. 教室において、自分の疑問点や考え等を発言する. それをもとに討議して、お互いに考えを出し合って理解を深める.

## ■ 参考書

この授業に関連する参考書はたくさんあり、以下にあげるのはそのごく一部である。「集合」や「写像」をキーワードにして検索してみよ. 自分に合った参考書を自分で見つけることも学習体験の一部であり、人に言われるがままの受け身では心許ない.

- [0] 尾畑伸明：集合・写像・数の体系，牧野書店，2019.  
授業(講義ビデオや演習問題)は概ねこの本にしたがって準備されている. ただし，第1章，第6章，第11章，第14章は軽く触れるにとどめる. 意欲のある学生は自ら学習せよ.
- [1] 松坂和夫：集合・位相入門，岩波書店，1968.  
全6章のうち前半の3章が集合論にあてられている. 内容は豊富で，しかも記述はたいへん丁寧. 読みやすい定評のある教科書. 後半は「位相空間論」であり，講義では触れないが，集合と位相を合わせて解析学の基礎となる. 高校と大学の「微積分」の違いは集合と位相の基礎があるかないかで，この違いは決定的である.
- [2] 内田伏一：集合と位相，裳華房，1986.  
[1]をやや簡潔にした内容で，これも広く読まれている.

- [3] 赤攝也：集合論入門, ちくま学芸文庫, 2014.  
初版は培風館から1957年に出版され, 私も学生の頃に読んだ. 集合の演算, 濃度, 順序数が主要なテーマであり, 理論展開は厳密かつ明晰であって, しかも記述は極めて丁寧. 全くの初学者を本格的な(古典的)集合論に導く名著. ただし, 記号や言葉の使い方が今よく流通しているものと異なっているものもあるから注意せよ.
- [4] 彌永昌吉：数の体系(上下), 岩波新書, 1972, 1978.  
集合と写像をもとに「数」の公理的扱いを易しく解説した本. 講義内容には不足するが概観を速習するには役に立つだろう.
- [5] 志賀浩二：集合への30講, 朝倉書店, 1988.  
無限と格闘して集合論を創設したカントールの思索体験を掘り起こしたいという著者の思いが伝わる. 随所にエピソードを挟み, 無限の世界を楽しむことができる.
- [6] 中島匠一：集合・写像・論理, 共立出版, 2012.  
上記[1-3]で困難を感じる人は, 数学的な論理展開に十分なれていないと思われる. まず, 本書をマスターすることをお勧めする. 数学を記述するための「言葉」について, 日常語と比較しながらどくらいに丁寧に解説している. 現代数学では, 数式を計算することよりも論理をもって結論を示すことがはるかに重要である.
- [7] E.T. ベル(田中・銀林訳)：数学をつくった人びと I-III, ハヤカワ文庫, 2003.  
これは数学書ではなく, 数学とはどのような学問かを歴史上の偉人の人生で語る面白い本. 数学に関わる職(研究・教育など)を目指すのなら, この程度の歴史的背景は常識である. 特に, 最終章に登場する「カントール」はこの講義の核心的人物である.