

## 自家卵食による最適繁殖戦略に関する数理モデル研究

Mathematical model consideration for the optimal reproductive strategy with filial cannibalism

久保田聡

広島大学大学院理学研究科数理分子生命理学専攻

Satoshi KUBOTA

Department of Mathematical and Life Sciences, Graduate School of Science  
Hiroshima University, Kagamiyama 1-3-1, Higashi-hiroshima 739-8526 JAPAN

Filial cannibalism is observed in many species of paternal care [1]. It causes the reduction of the current reproductive success, while it increases the advantage in the future reproductive success by investing the obtained/saved energy to the body growth or the survivorship. The cardinal fish *Apogon doederleini* copulates in several times during each breeding season, and its male cares the brood in its mouth (mouth brooding) [5]. Its filial cannibalism is categorized into partial and entire egg cannibalism. It is reported that the distribution of the cannibalism timing during the breeding season is different depending on the male's age class. In this study, we theoretically discuss the optimal strategy of the filial cannibalism, making use of the dynamic programming modelling. Our dynamic programming model is to determine the present optimal behavior taking account of the expected future reproductive success. We mathematically analyze the optimal brood cannibalism schedule of when and how much the male eats the eggs under its care. Our mathematical result implies that the partial egg cannibalism would be hard to be observed, because it is rarely optimal in our mathematical model. Further, by the numerical calculations for our dynamic programming model with the parameter values estimated from the observation data [2, 3, 4, 5], we examine the optimal strategy of *Apogon doederleini*. Numerical results indicate that the egg cannibalism is not optimal in the late phase of the breeding season, although the field research observed it especially in the older age class [5]. To understand such brood cannibalism of *Apogon doederleini*, our model should be extended, for instance, to include the body size dependent or age dependent survival probability, or the sex ratio dependent reproductive success.

親が自分の保護している、あるいは、保護すべき(血縁度  $1/2$  の)卵を食べる自家卵食行動(filial cannibalism)は、一般に、オスが卵の世話(保護)をする場合に起こる[1]。卵食された卵から得られる繁殖成功はないが、卵食によって獲得されたエネルギーを成長や生存確率上昇に投資することによって、将来の繁殖成功が有利になる可能性が考えられる。すなわち、卵食に関する現在の繁殖成功と将来の繁殖成功の間にはトレードオフの関係がある。卵食は、生涯繁殖成功度を高めるための適応戦略であると考えられる。

テンジクダイ科オオスジシモチ *Apogon doederleini* の場合は、1 繁殖期に複数回の交尾を行い、メスから受け取った卵塊をオスが口腔内で保育する(口内保育)。オオスジシモチ *Apogon doederleini* の卵食行動として、卵塊全てを食べる全卵食(entire brood cannibalism)と、卵塊の一部を食べる部分卵食(partial brood cannibalism)が観測されており、Takeyama *et al.* (2002) によって、繁殖期において全卵食の観測される時点の頻度分布が、年齢群によって大きく異なる特徴をもつことが報告されている[5]。1 歳個体群においては、繁殖期の初期に卵食を行う傾向が強く、3 歳以上個体群においては、繁殖期の末期に卵食を行う傾向が強い。2 歳個体群においては、はっきりとした傾向がない。

本研究では、卵食を適応戦略ととらえ、数理モデル解析によって、最適戦略としての卵食の特性を理論的に考察した。特に、卵食をすべきか、せざるべきかだけでなく、卵塊に対する卵食割合を戦略とした数理モデルを構築し、解析した。生涯にわたる期待繁殖成功度の最大化を考えて、各繁殖期における複数回の卵塊保持に対する卵食割合の最適「スケジュール」を考察する数理モデル解析を行うために、将来期待される利得を加味して現在の最適行動を決定するダイナミックプログラミング(動的計画法)の手法を応用した数理モデリングを用いた[6]。

オス個体は生産年齢の初齢  $a_f$  から終齢  $a_l$  の各齢における  $T$  日間の繁殖期中にメスから  $N$  回、卵塊を受け取り、 $i$  回目に受け取った卵塊の割合  $\theta_i$  を卵食するものとする(図 1)。 $a$  歳で体サイズ  $L_a$  のオス個体

