

✧ **6月6日（木）**

✧ **午後5時00分開始**

✧ **情報科学研究科棟 2F 大講義室**

話題：人間集団における動態特性を数理モデルで考えてみる

話題提供者：瀬野 裕美 教授

（情報基礎科学専攻 情報基礎数理学講座 情報基礎数理学Ⅳ分野）

様々な生物の個体群動態（population dynamics）は、数理モデルを用いて最も頻繁に研究されてきた分野です。漁業や林業における資源管理、農業における害虫制御、生物多様性の保全といった研究課題は、人間以外の生物を対象としていますが、人口統計学、集団遺伝学、疫学といった分野では、人間集団を対象として、数理モデルによる理論的な研究が展開されてきました。

本談話会では、人間集団を対象とする個体群動態の具体的な2つの課題に対する数理モデルによる数理生物学的な研究について概説することで、その数理モデリングの一面を紹介します。

- i) インフルエンザのような感染症流行パターンの社会特性による出現可能性
- ii) 子に対する教育投資への親の意識分布の形成機序。

第50回 情報科学談話会

人間集団における動態特性を数理モデルで考えてみる

Theoretical considerations for the nature of human population dynamics
with some mathematical models

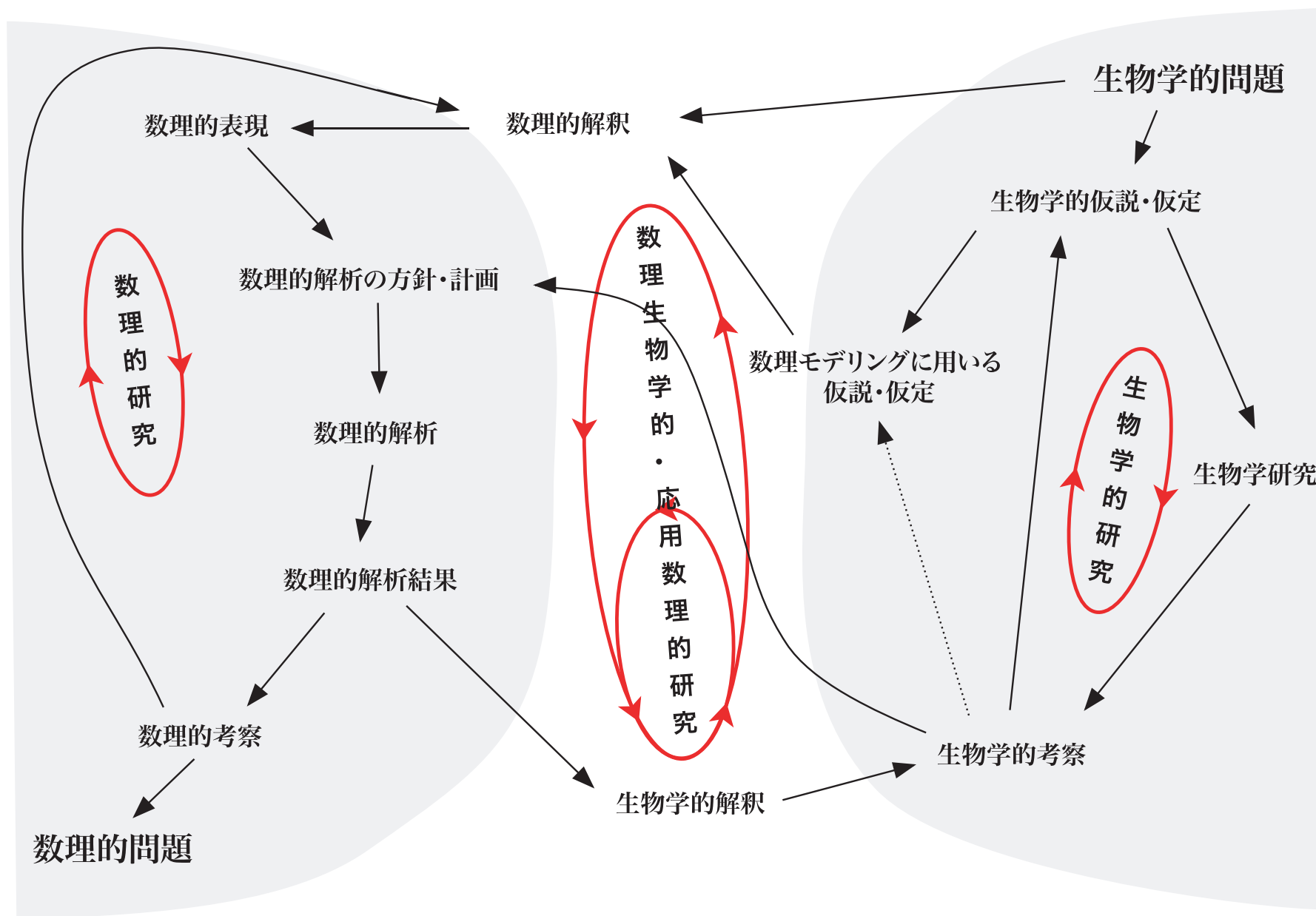
瀬野裕美

Hiromi SENO

情報基礎科学専攻 情報基礎数理学講座 情報基礎数理学 **IV** 分野

FOR: 第 50 回情報科学談話会 (平成 25 年 6 月 6 日)

└はじめに





CONTENTS

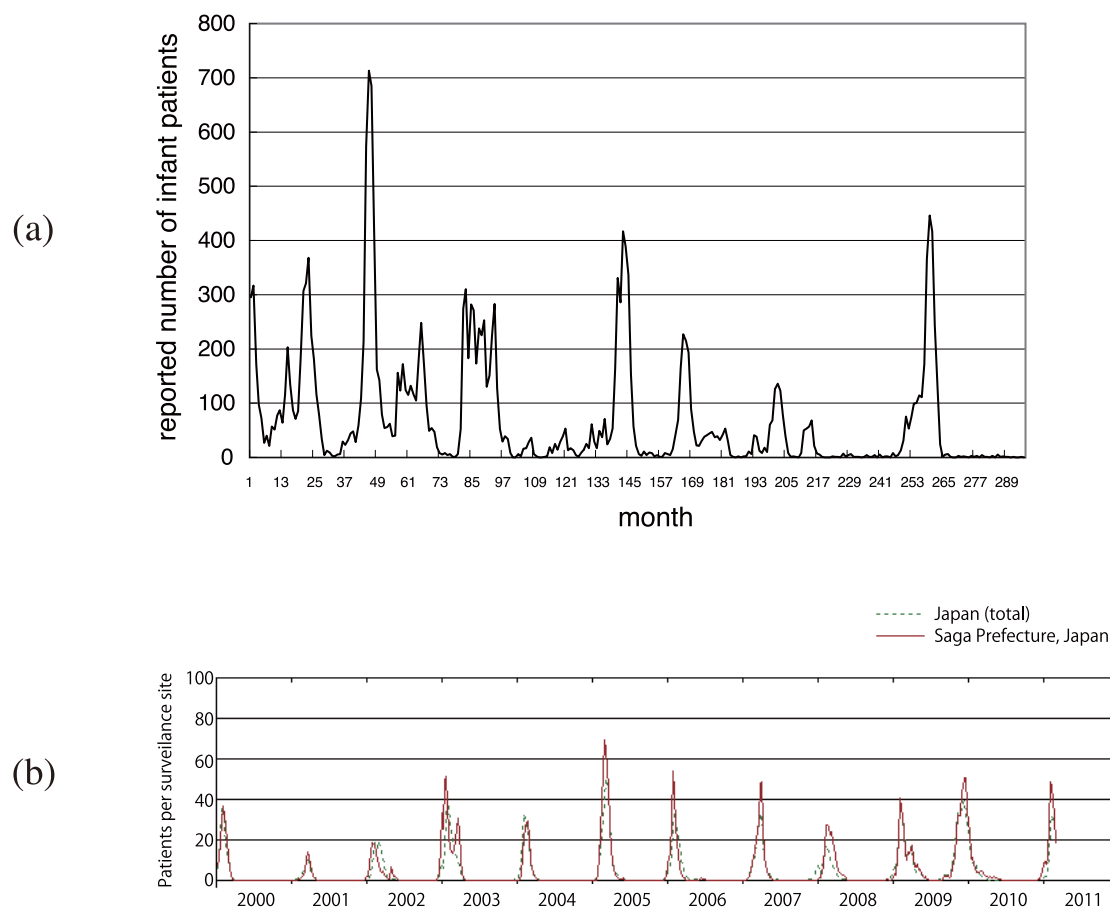
Part I. 感染症流行パターンと社会応答

Part II. 教育投資に対する親の意識分布の形成

おわりに

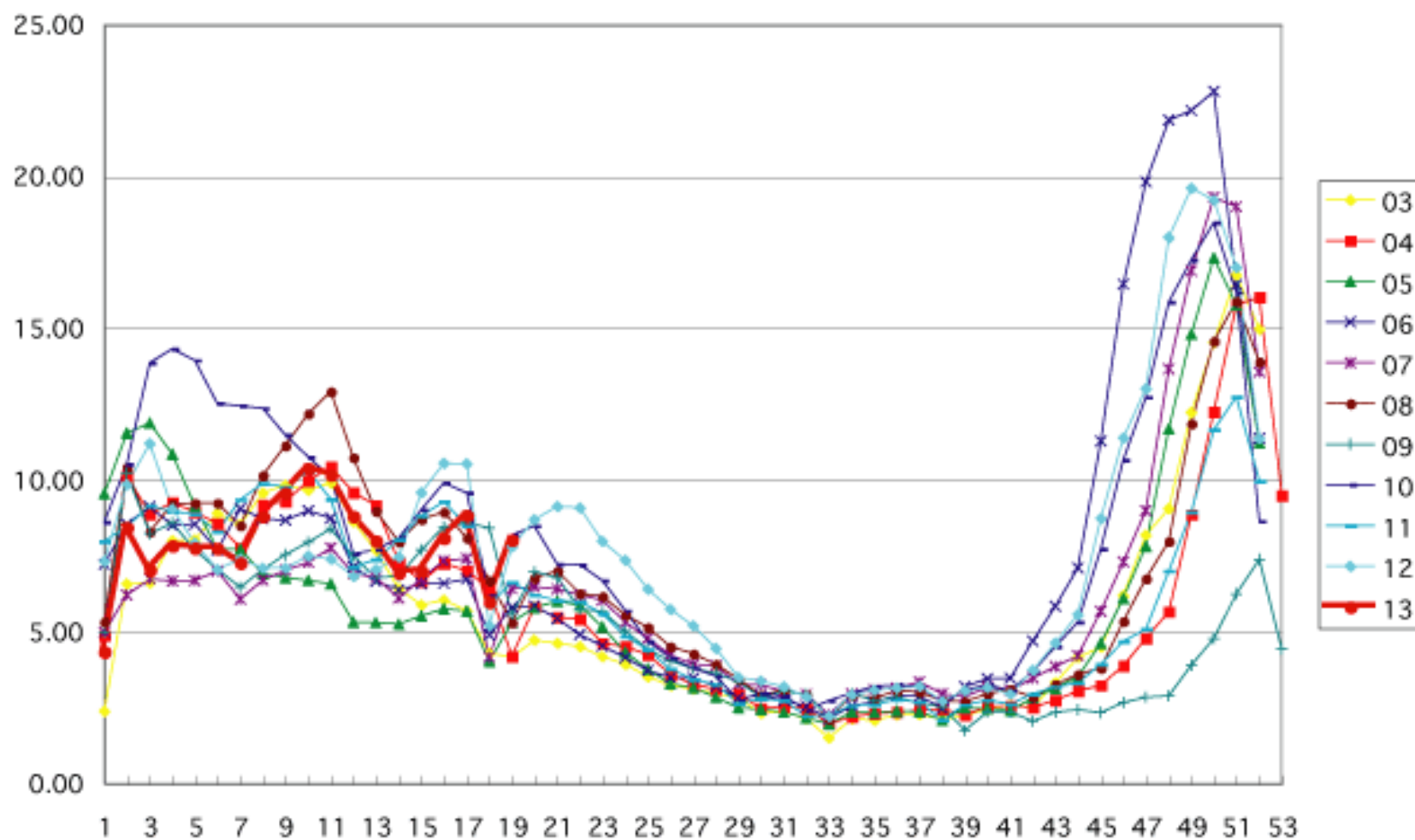
Part I. 感染症流行パターンと社会応答

└ 感染症流行の周期的年変動性



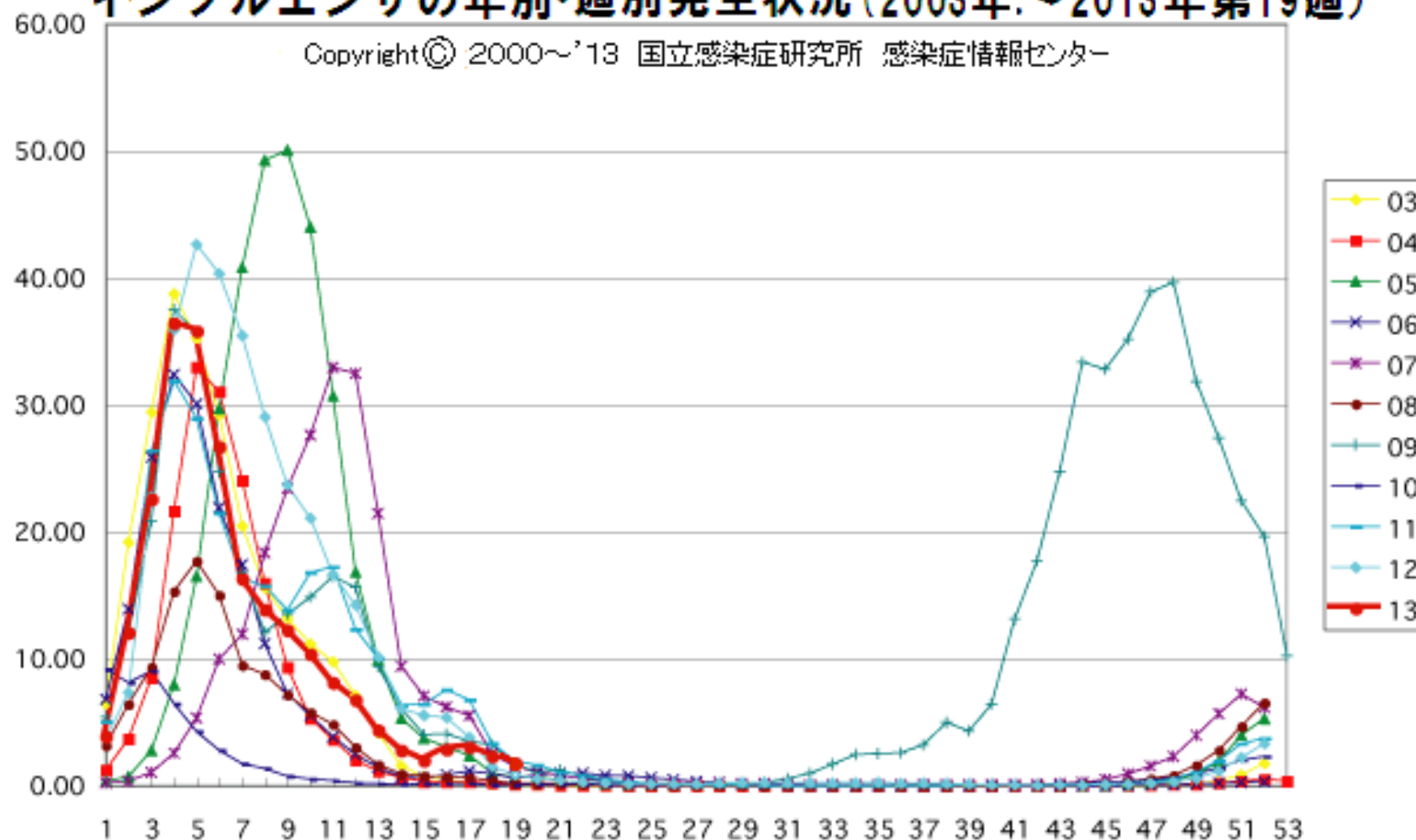
(a) 高知県における小児科定点からの麻疹患者報告数の月次変動。1979 年 7 月を第 1 月として , 2004 年 2 月 (第 296 月) までのデータ。(b) 日本におけるインフルエンザ罹患者の報告数データ。横軸は西暦。

└ 感染症流行の周期的年変動性



感染性胃腸炎の定点当たり報告数の週次変動

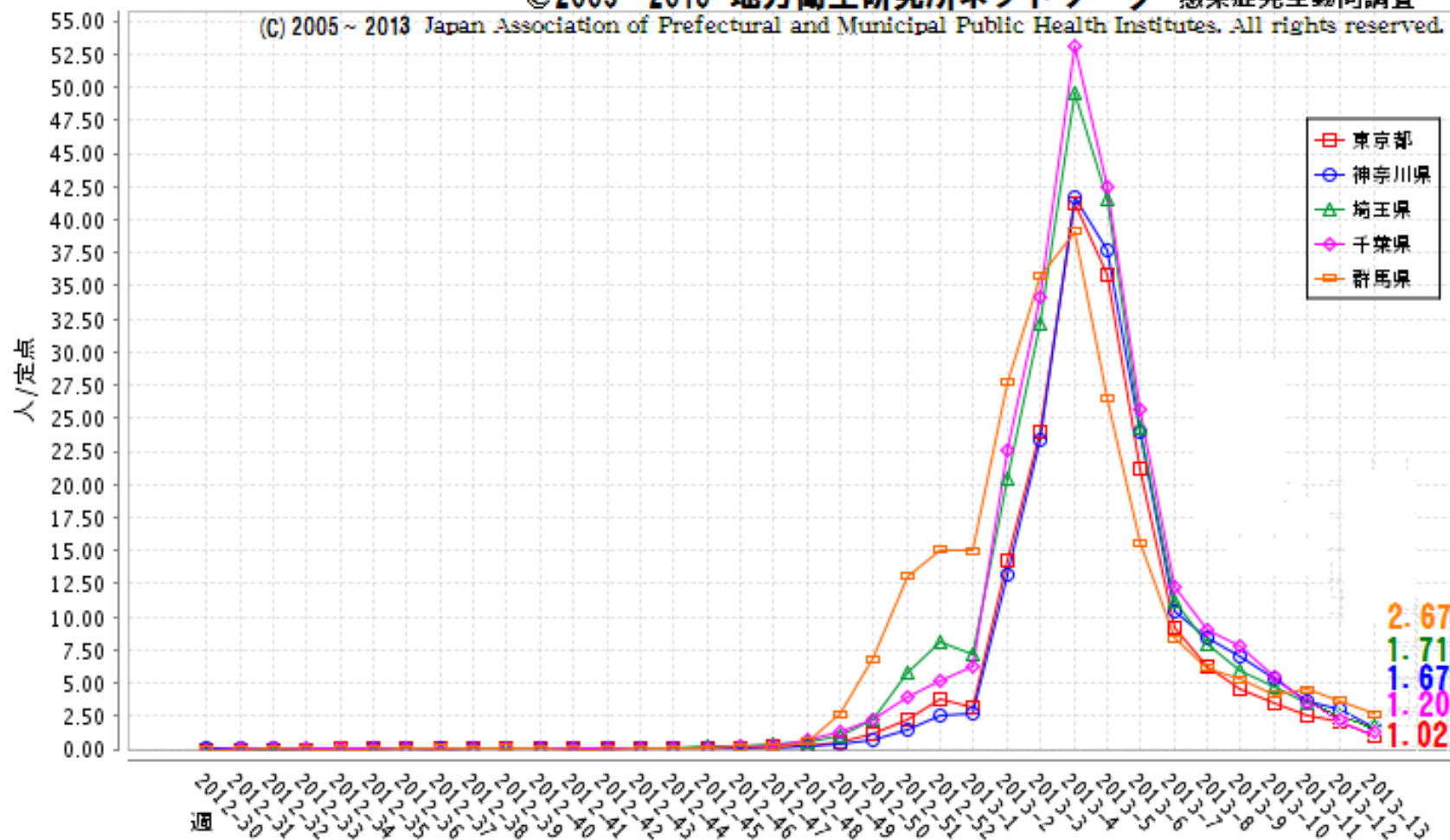
インフルエンザの年別・週別発生状況 (2003年.~2013年第19週)



インフルエンザ首都圏患者発生数 (2012.30W ~13.13W)

©2005~2013 地方衛生研究所ネットワーク 感染症発生動向調査

(C) 2005 ~ 2013 Japan Association of Prefectural and Municipal Public Health Institutes. All rights reserved.



└ 研究の焦点

前年の流行により，翌年さまざまな予防対策が促されるため，感染症が抑制される効果も働いているのではないか？

└ 研究の焦点

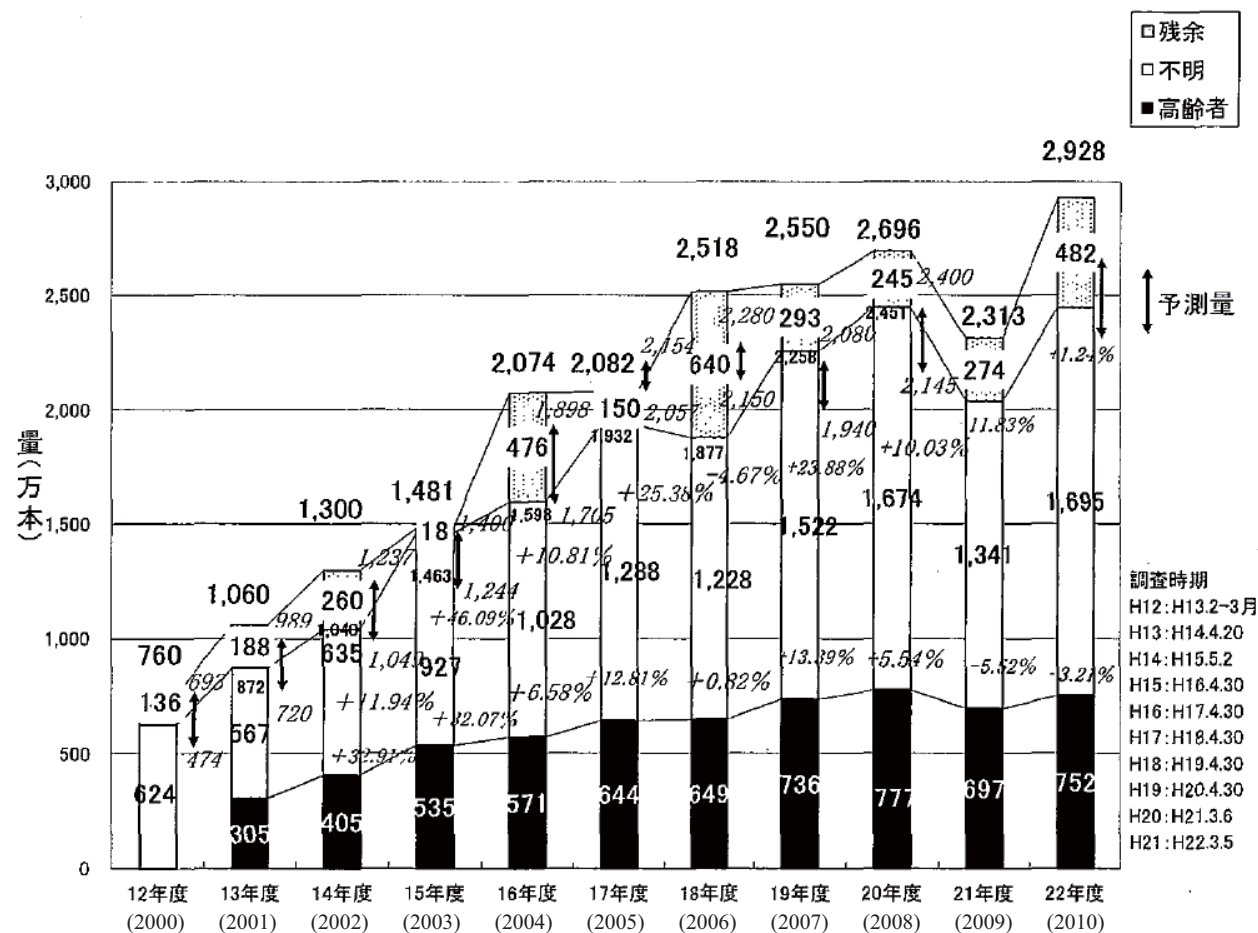
前年の流行により，翌年さまざまな予防対策が促されるため，感染症が抑制される効果も働いているのではないかな？



前年の感染規模が翌年の感染規模に間接的に影響を及ぼしているのではないかな？

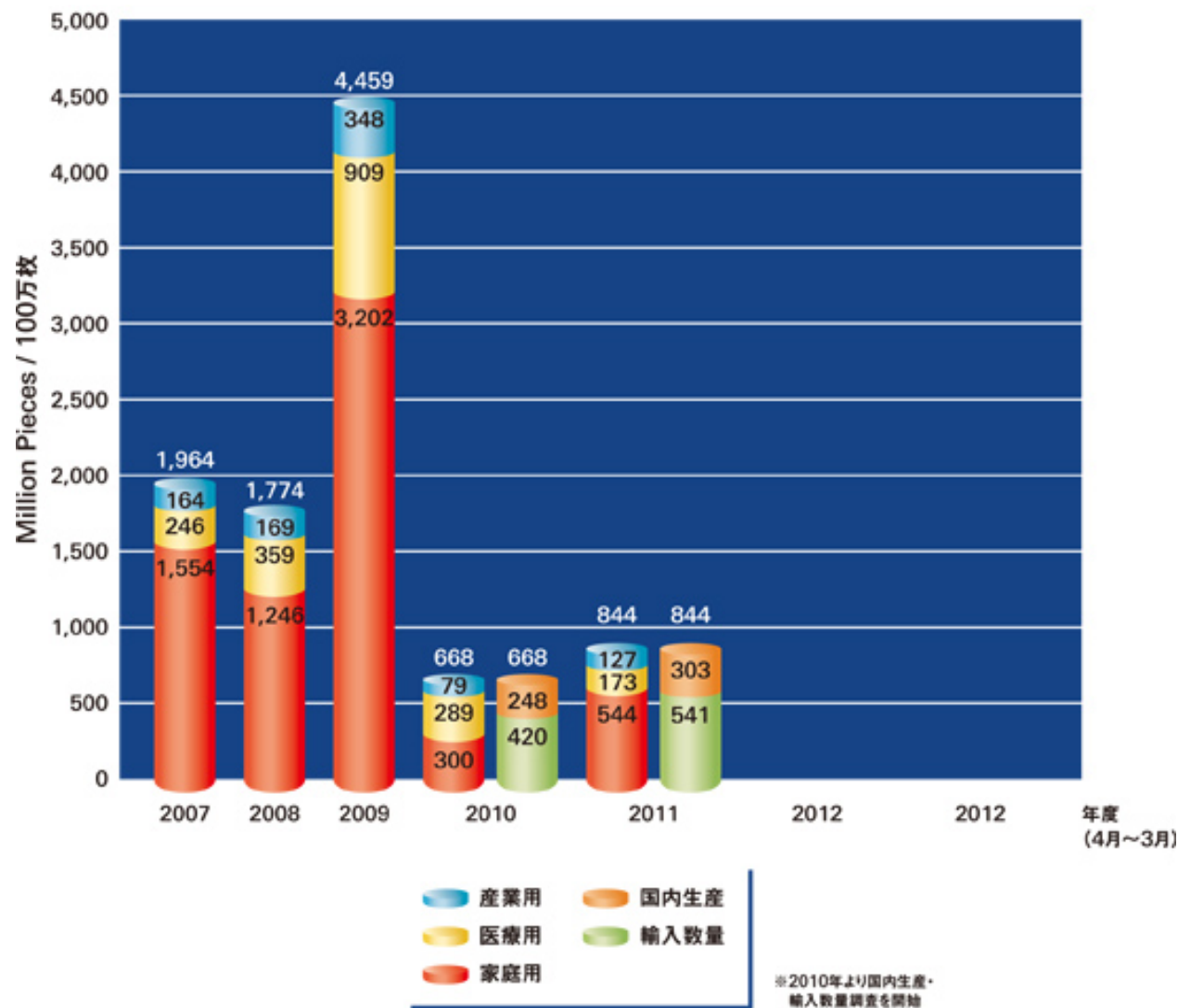
└ Part I. 感染症流行パターンと社会応答

└ インフルエンザワクチン生産量・使用量



インフルエンザワクチン生産量・使用量の経年変動 (平成 22 年度インフルエンザワクチン流通状況調査報告書・社団法人細菌製剤協会)

└ マスク生産量



マスク生産（国内生産・輸入）数量の経年変動（一般社団法人日本衛生材料工業連合会）

仮 定

仮 定

- 毎年の感染シーズンにおける感染症伝染ダイナミクスは , Kermack–McKendrick モデルで記述される。

仮 定

- 毎年の感染シーズンにおける感染症伝染ダイナミクスは，Kermack–McKendrick モデルで記述される。
- 感染率と回復率は，前年の感染規模に依存して定まる。

仮 定

- 毎年の感染シーズンにおける感染症伝染ダイナミクスは，Kermack–McKendrick モデルで記述される。
- 感染率と回復率は，前年の感染規模に依存して定まる。
- 総個体群サイズの変動は無視し，定数とする。

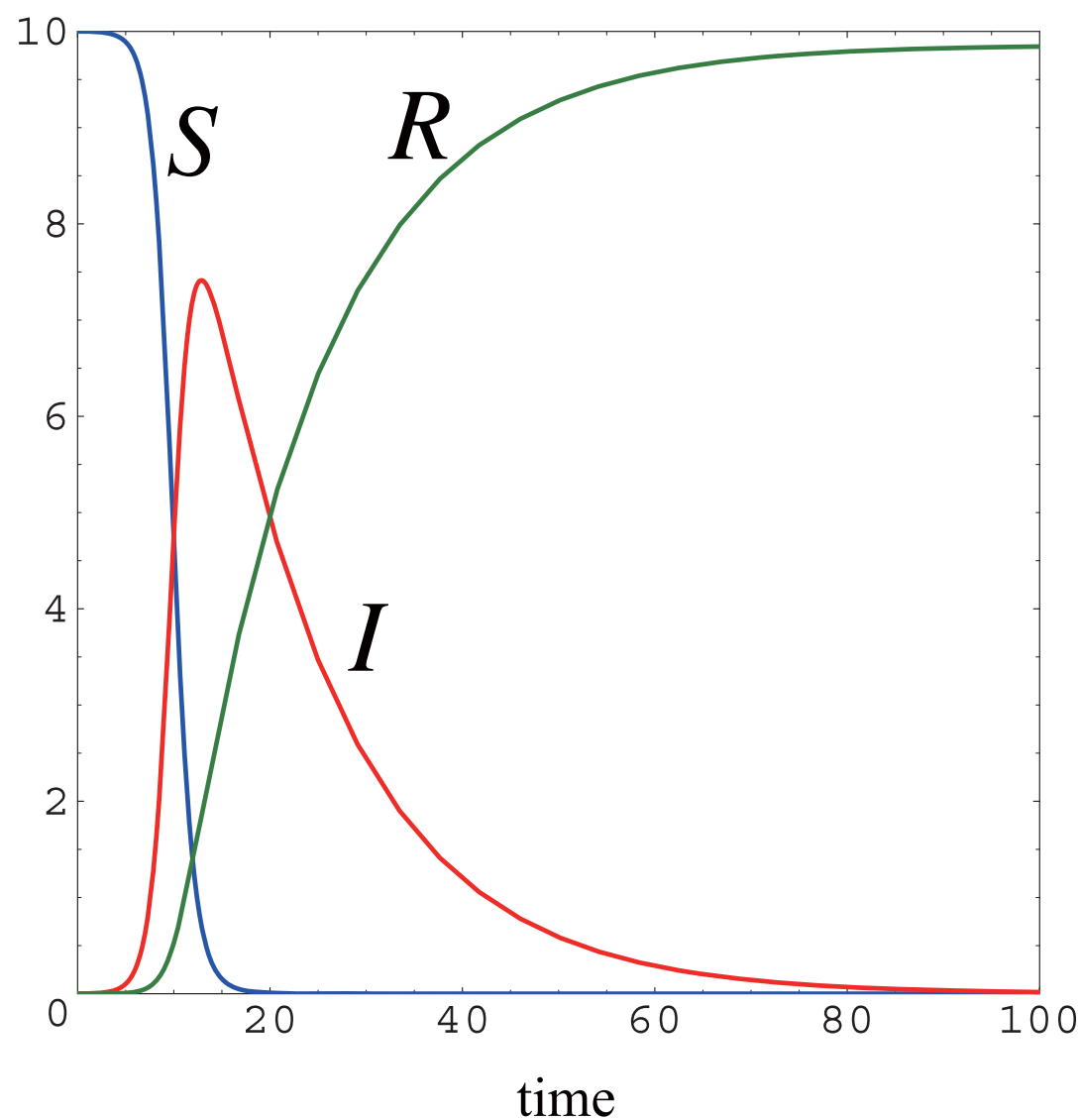
Kermack–McKendrick SIR Model

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\sigma I(t)S(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \sigma I(t)S(t) - \rho I(t)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \rho I(t)$$

└ モデリング



Kermack-McKendrick SIR model による感染症の伝染ダイナミクスが示す時間変動

感染規模 R_∞

$$\begin{aligned} R_\infty &= N - (N - I_0) \mathbf{e}^{-(\sigma/\rho) R_\infty} \\ &= N - (N - I_0) \mathbf{e}^{-(\mathcal{R}_0/N) R_\infty} \end{aligned}$$

基本再生産数

$$\mathcal{R}_0 := \frac{\sigma N}{\rho}$$

相対感染規模 $z := R_\infty/N$

With $I_0/N \ll 1$,

$$z = 1 - e^{-\mathcal{R}_0 z}$$

$$\mathcal{R}_0 \leq 1 \quad \Rightarrow \quad z = 0$$

$$\mathcal{R}_0 > 1 \quad \Rightarrow \quad \exists z > 0$$

過去の感染規模に対する予防水準の応答

$k + 1$ 年目の感染シーズンにおける感染率 σ_{k+1} と回復率 ρ_{k+1} が k 年目以前の過去の相対感染規模 $\zeta_k := \{z_k, z_{k-1}, \dots\}$ に影響を受ける：

$$\sigma_{k+1} = \sigma(\zeta_k);$$

$$\rho_{k+1} = \rho(\zeta_k).$$

過去の感染規模に対する予防水準の応答

$k + 1$ 年目の感染シーズンにおける感染率 σ_{k+1} と回復率 ρ_{k+1} が k 年目以前の過去の相対感染規模 $\zeta_k := \{z_k, z_{k-1}, \dots\}$ に影響を受ける：

$$\sigma_{k+1} = \sigma(\zeta_k);$$

$$\rho_{k+1} = \rho(\zeta_k).$$

$k + 1$ 年目の感染シーズンにおける予防水準は，次のように定義される ζ_k の**予防水準関数**によって表される：

$$f(\zeta_k) = \frac{\rho_{k+1}}{\sigma_{k+1}} = \frac{\rho(\zeta_k)}{\sigma(\zeta_k)} = \frac{N_{k+1}}{\mathcal{R}_{0,k+1}}.$$

k 年目の感染シーズンに関する基本再生産数

$$\mathcal{R}_{0,k} := \frac{\sigma_k N_k}{\rho_k} = \frac{N_k}{f(\zeta_{k-1})}$$

感染規模の年変動ダイナミクス

$$z_{k+1} = 1 - e^{-\{N_k/f(\zeta_k)\}z_{k+1}}$$

感染規模の年変動ダイナミクス

$$z_{k+1} = 1 - e^{-\{N_k/f(\zeta_k)\}z_{k+1}}$$

$$f(\zeta_k) \geq N_k \quad \Rightarrow \quad z_{k+1} = 0$$

$$f(\zeta_k) < N_k \quad \Rightarrow \quad \exists z_{k+1} > 0$$

追加の仮定

追加の仮定

- 総人口は定数 ; $N_k = N$;

追加の仮定

- 総人口は定数 ; $N_k = N$;
- 予防水準関数 $f(\zeta_k)$ は , 任意の $j \in \{k, k-1, k-2, \dots\}$ に対する z_j に関して , 正かつ非減少 ;

追加の仮定

- 総人口は定数 ; $N_k = N$;
- 予防水準関数 $f(\zeta_k)$ は , 任意の $j \in \{k, k-1, k-2, \dots\}$ に対する z_j に関して , 正かつ非減少 ;

基本再生産数に対する上界

$$\mathcal{R}_{0,k} = \frac{N}{f(\zeta_{k-1})} < \overline{\mathcal{R}}_0 := \frac{N}{f(\{0, 0, \dots\})} = \frac{N}{f_0}$$

追加の仮定

- 総人口は定数 ; $N_k = N$;
- 予防水準関数 $f(\zeta_k)$ は , 任意の $j \in \{k, k-1, k-2, \dots\}$ に対する z_j に関して , 正かつ非減少 ;
- $f_0 := f(\{0, 0, \dots\}) < N$, すなわち , $\overline{\mathcal{R}}_0 > 1$;

追加の仮定

- 総人口は定数 ; $N_k = N$;
- 予防水準関数 $f(\zeta_k)$ は , 任意の $j \in \{k, k-1, k-2, \dots\}$ に対する z_j に関して , 正かつ非減少 ;
- $f_0 := f(\{0, 0, \dots\}) < N$, すなわち , $\overline{\mathcal{R}}_0 > 1$;

もしも , $\overline{\mathcal{R}}_0 \leq 1$ ならば , 任意の $k > 0$ について $\mathcal{R}_{0,k} \leq 1$. その場合には , 任意の $k > 0$ について $z_k = 0$.

追加の仮定

- 総人口は定数 ; $N_k = N$;
- 予防水準関数 $f(\zeta_k)$ は , 任意の $j \in \{k, k-1, k-2, \dots\}$ に対する z_j に関して , 正かつ非減少 ;
- $f_0 := f(\{0, 0, \dots\}) < N$, すなわち , $\overline{\mathcal{R}}_0 > 1$;
- もしも $\zeta_k = \{z, z, \dots\}$ かつ $\zeta_{k+1} = \{z, z, z, \dots\}$ ならば , $f(\zeta_{k+1}) = f(\zeta_k)$.

予防水準の指数関数的応答

$$\begin{aligned} f(\zeta_k) &= f_0 \exp[\alpha z_k + \sigma(\alpha z_{k-1}) + \sigma^2(\alpha z_{k-2}) + \cdots] \\ &= f_0 \exp\left[\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \sigma^j z_{k-j}\right] \end{aligned}$$

Remark: $f_0 < N$ from the assumption already mentioned.

$$z_{k+1} = 1 - \exp \left[-\overline{\mathcal{R}}_0 z_{k+1} \exp \left[-\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \sigma^j z_{k-j} \right] \right]$$

$$-\frac{\ln(1 - z_{k+1})}{z_{k+1}} = \overline{\mathcal{R}_0} \exp\left[-\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \sigma^j z_{k-j}\right]$$

短期社会記憶の場合 ($\sigma = 0$)

$$z_{k+1} = 1 - \exp \left[-\overline{\mathcal{R}}_0 z_{k+1} \exp \left[-\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \sigma^j z_{k-j} \right] \right]$$

短期社会記憶の場合 ($\sigma = 0$)

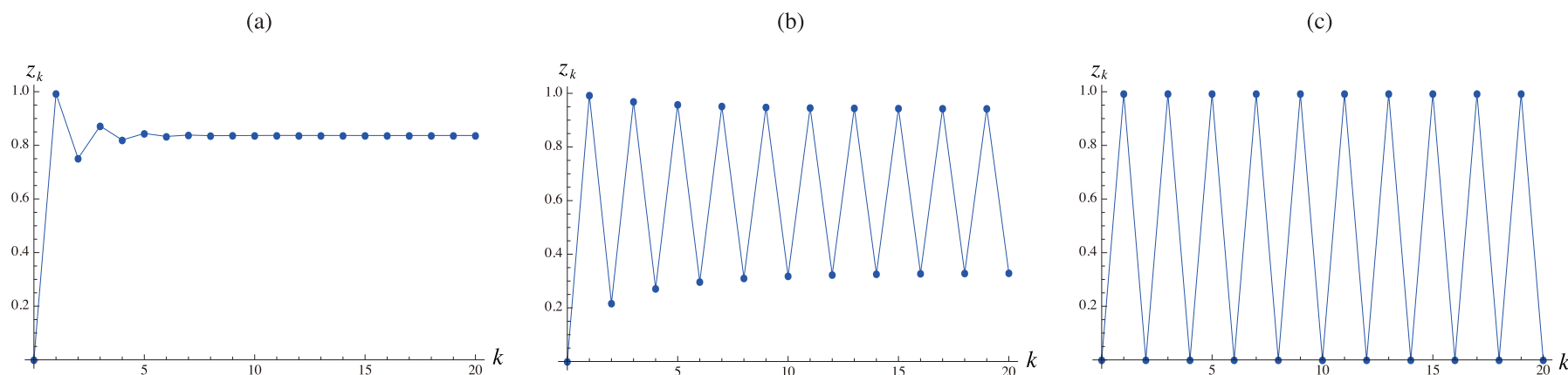
$$z_{k+1} = 1 - \exp \left[-\overline{\mathcal{R}}_0 z_{k+1} e^{-\alpha z_k} \right]$$

└ 解析結果

短期社会記憶の場合 ($\sigma = 0$)

$$-\frac{\ln(1 - z_{k+1})}{z_{k+1}} = \overline{\mathcal{R}}_0 e^{-\alpha z_k}$$

└ 解析結果

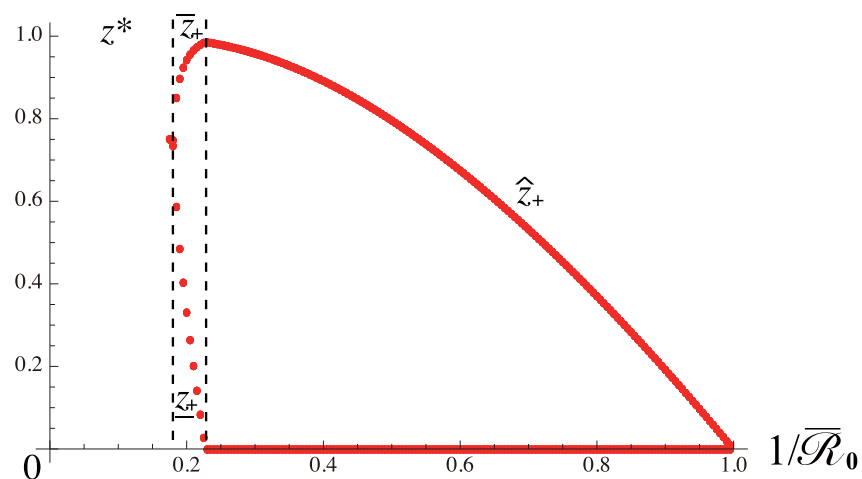
短期社会記憶の場合 ($\sigma = 0$)

短期社会記憶の場合 ($\sigma = 0$) . $N = 1.0$, $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $z_0 = 0.0$.

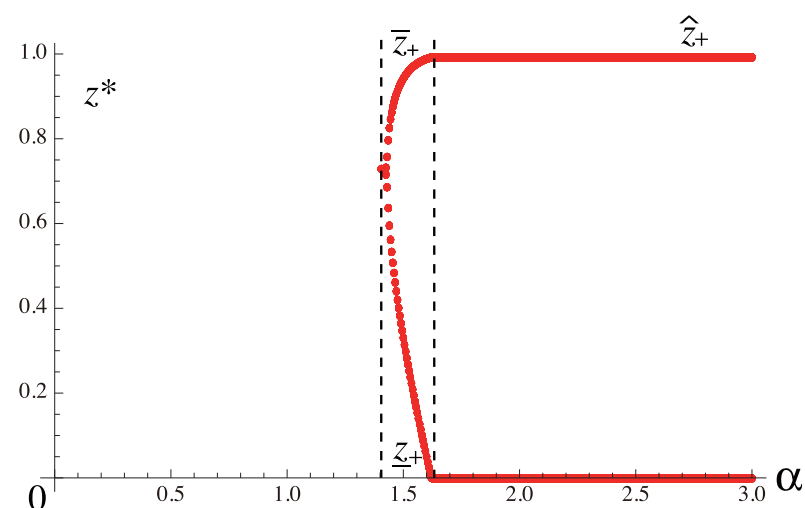
(a) $\alpha = 1.0$, 平衡点に収束し , 毎年同じ規模の流行を繰り返す場合; (b) $\alpha = 1.5$, 中規模と大規模の流行を繰り返す場合; (c) $\alpha = 2.0$, 流行しない年と大流行する年を繰り返す場合。

短期社会記憶の場合 ($\sigma = 0$)

(a)



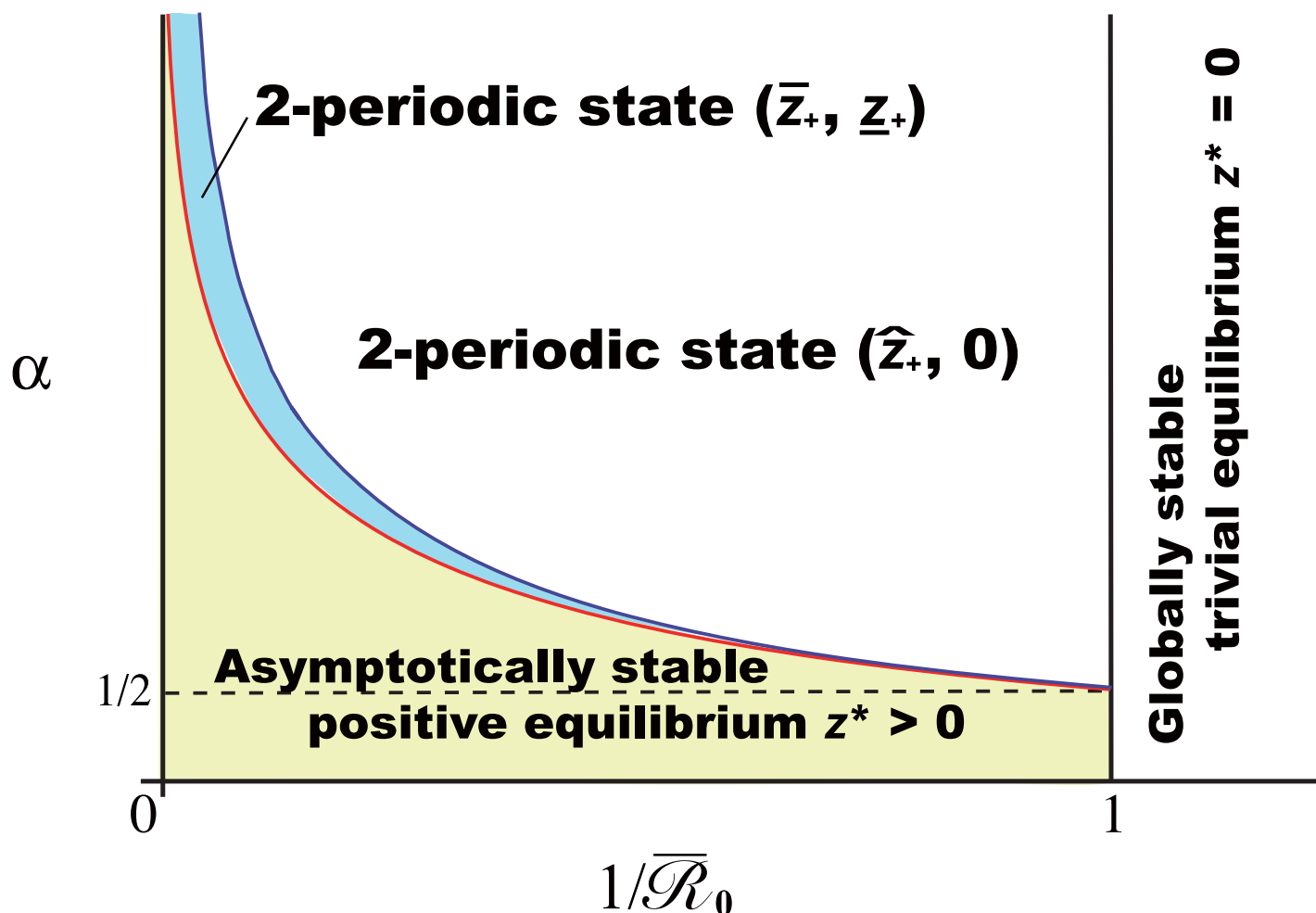
(b)



定常状態の分岐 . (a) $\alpha = 1.5$; (b) $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$.

└ 解析結果

短期社会記憶の場合 ($\sigma = 0$)



定常状態に関するパラメータ $(1/\bar{\mathcal{R}}_0, \alpha)$ の分類

社会記憶が過去 2 年間のみの場合

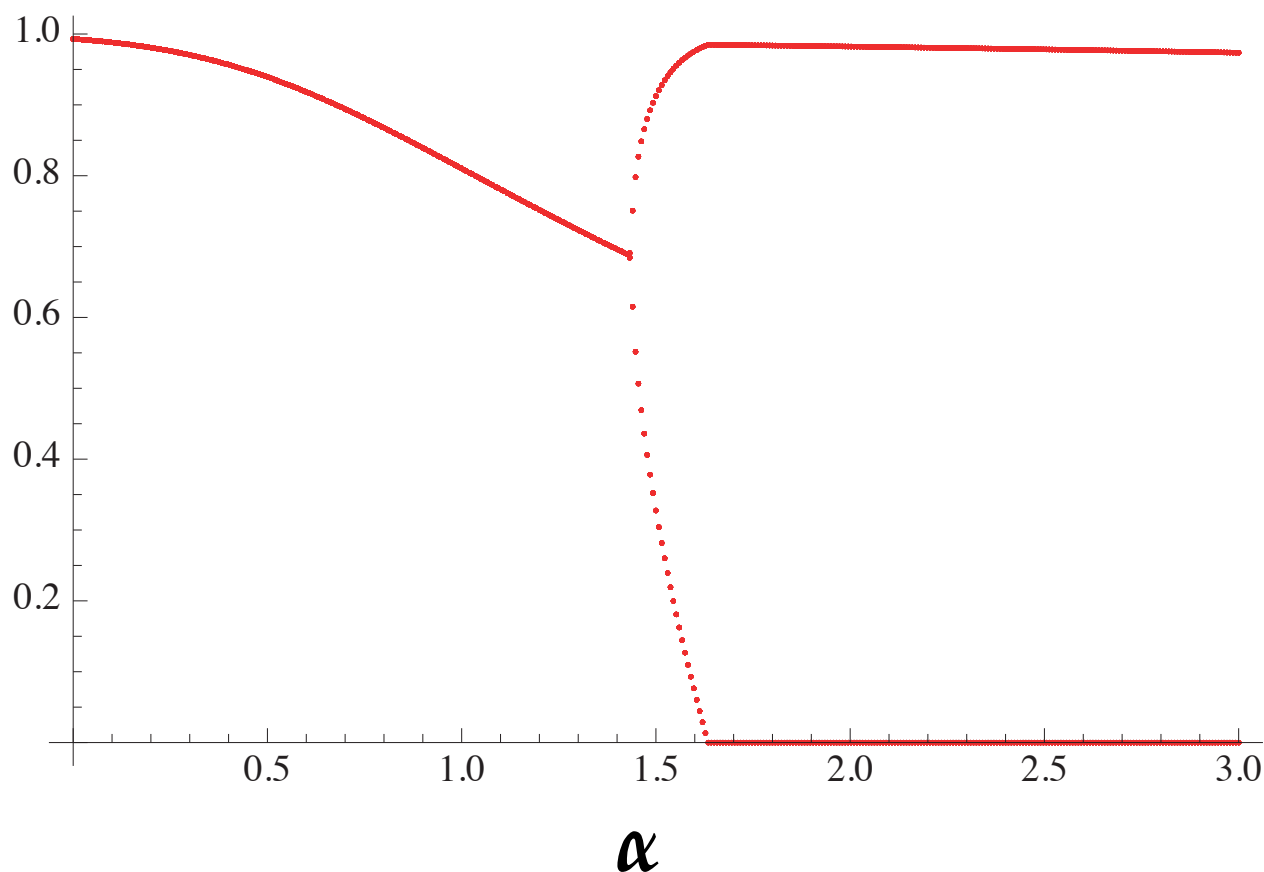
$$z_{k+1} = 1 - e^{-\{N_k / \hat{f}(z_k, z_{k-1})\} z_{k+1}}$$

with

$$\hat{f}(z_k, z_{k-1}) = f_0 e^{\alpha(z_k + bz_{k-1})}$$

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.1$$

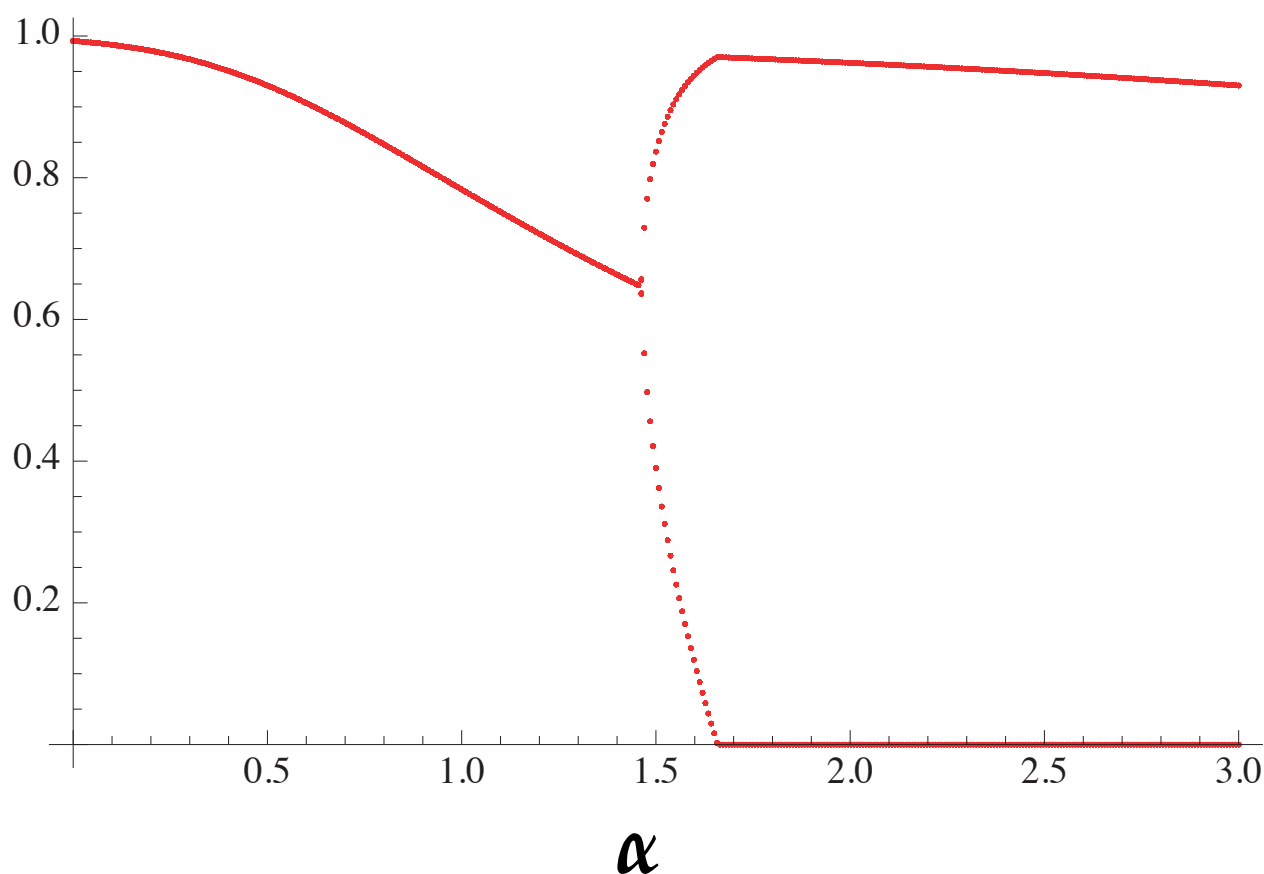


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.2$$

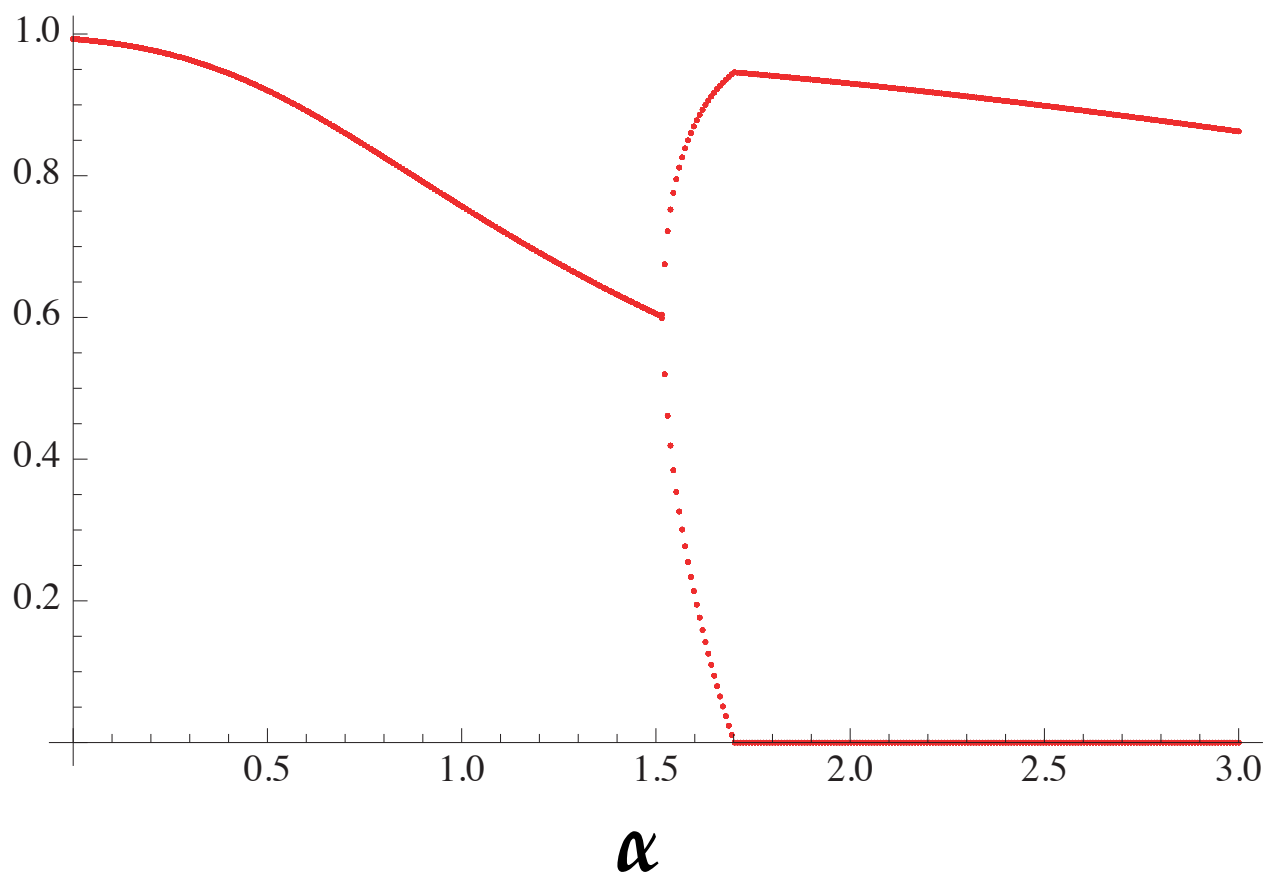


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.3$$

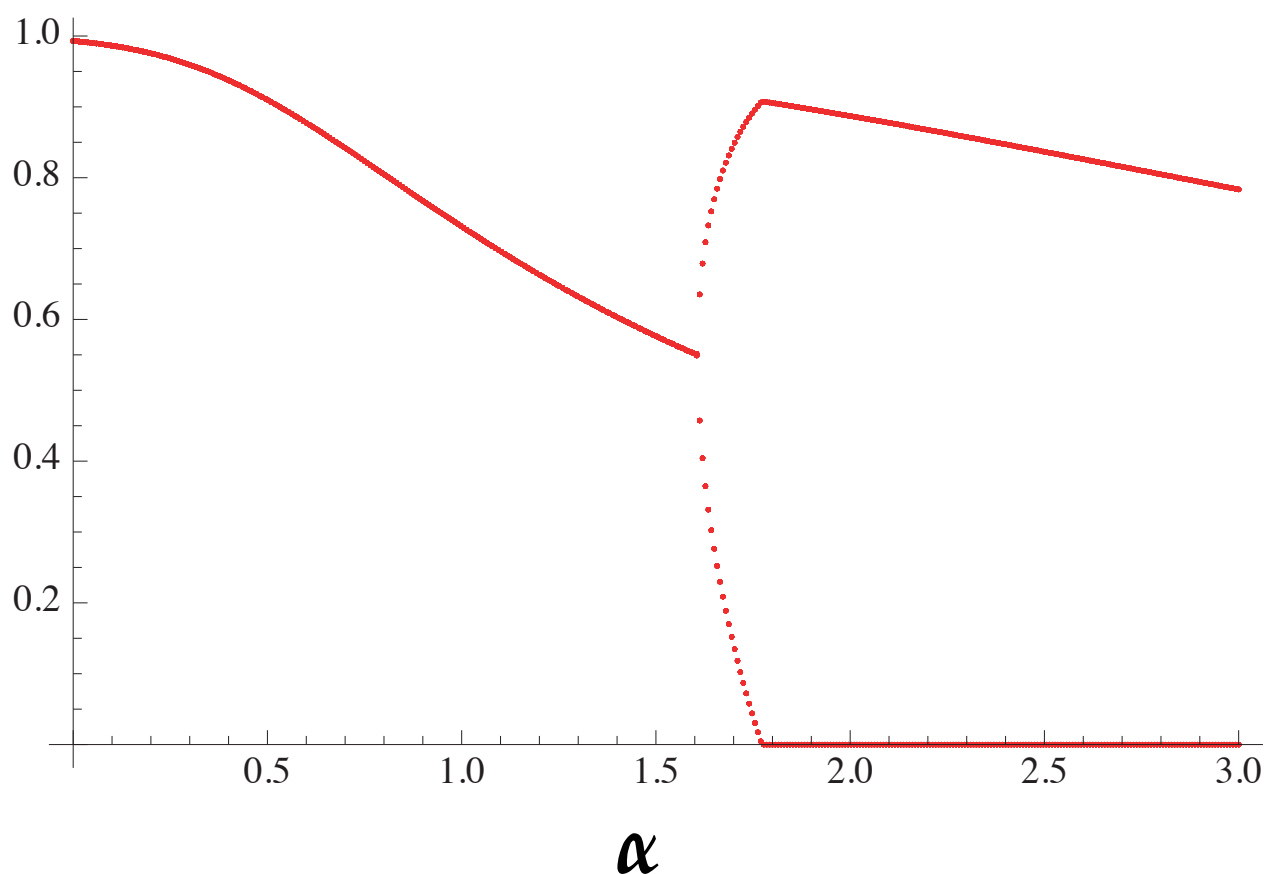


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.4$$

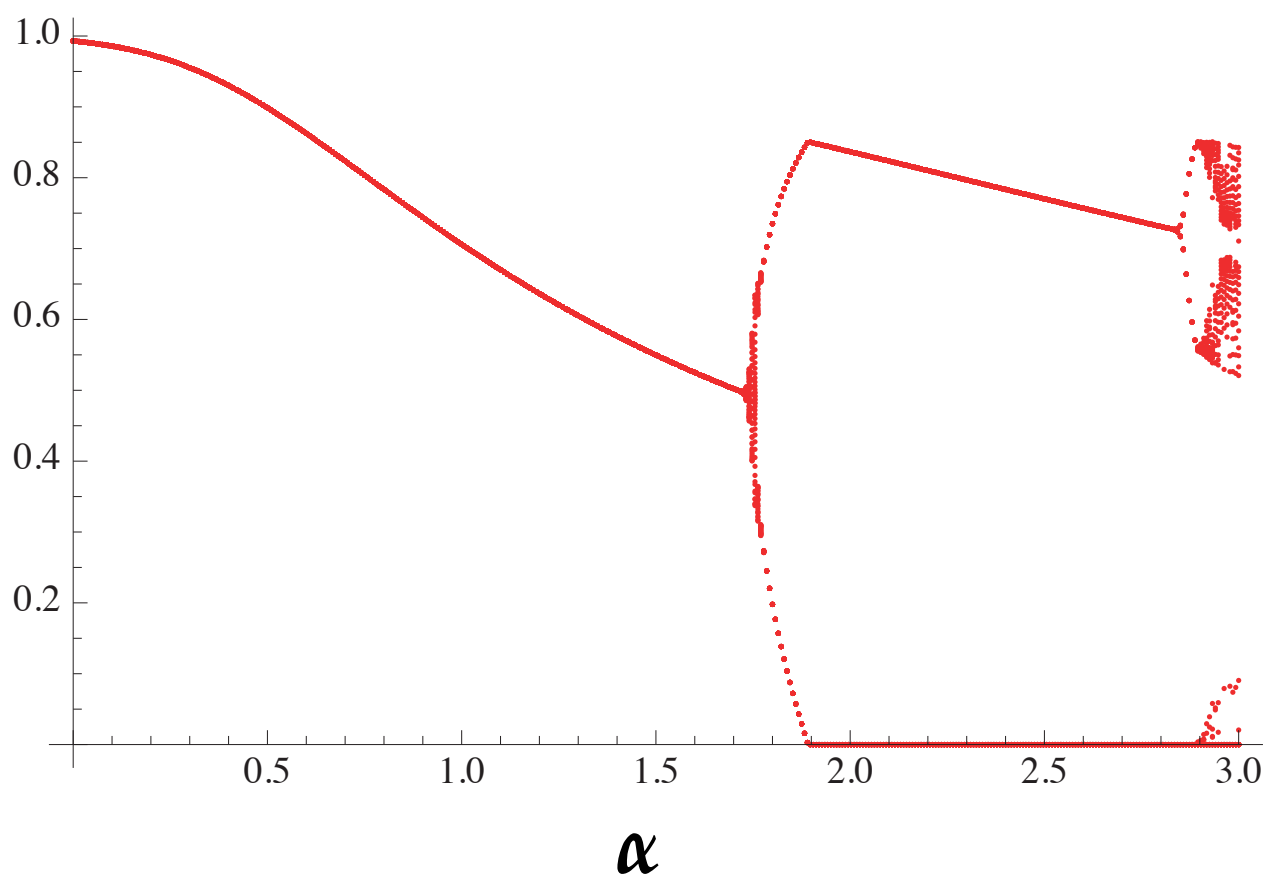


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.5$$

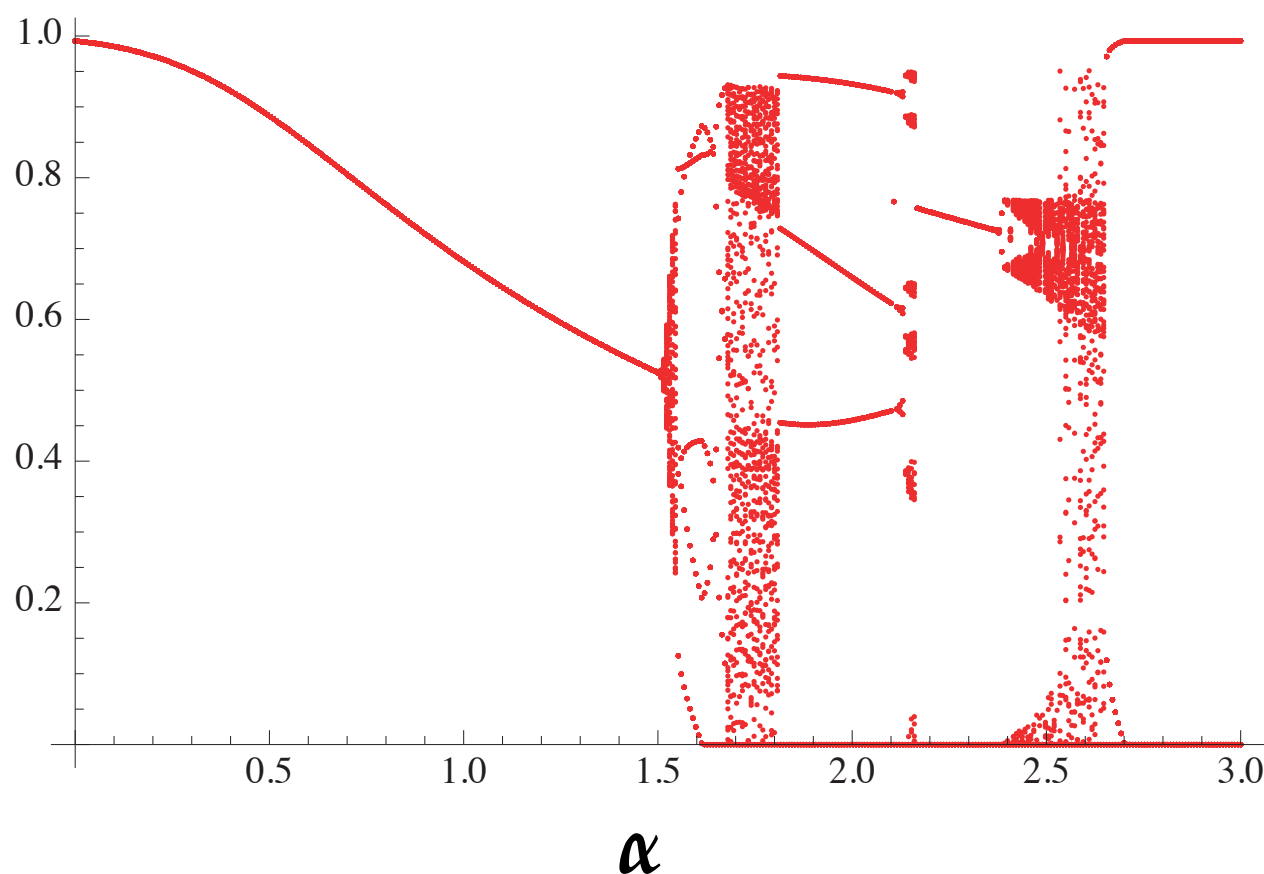


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.6$$

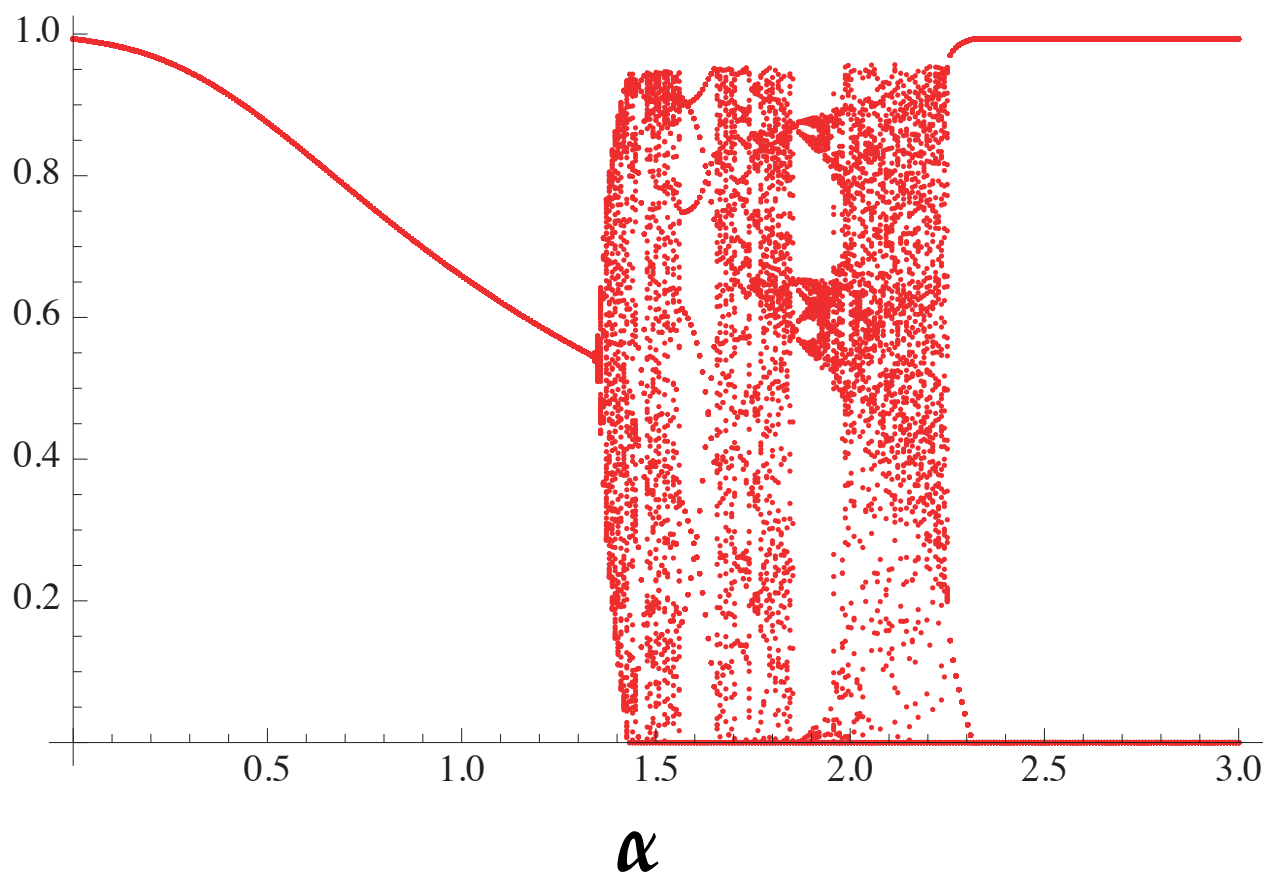


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

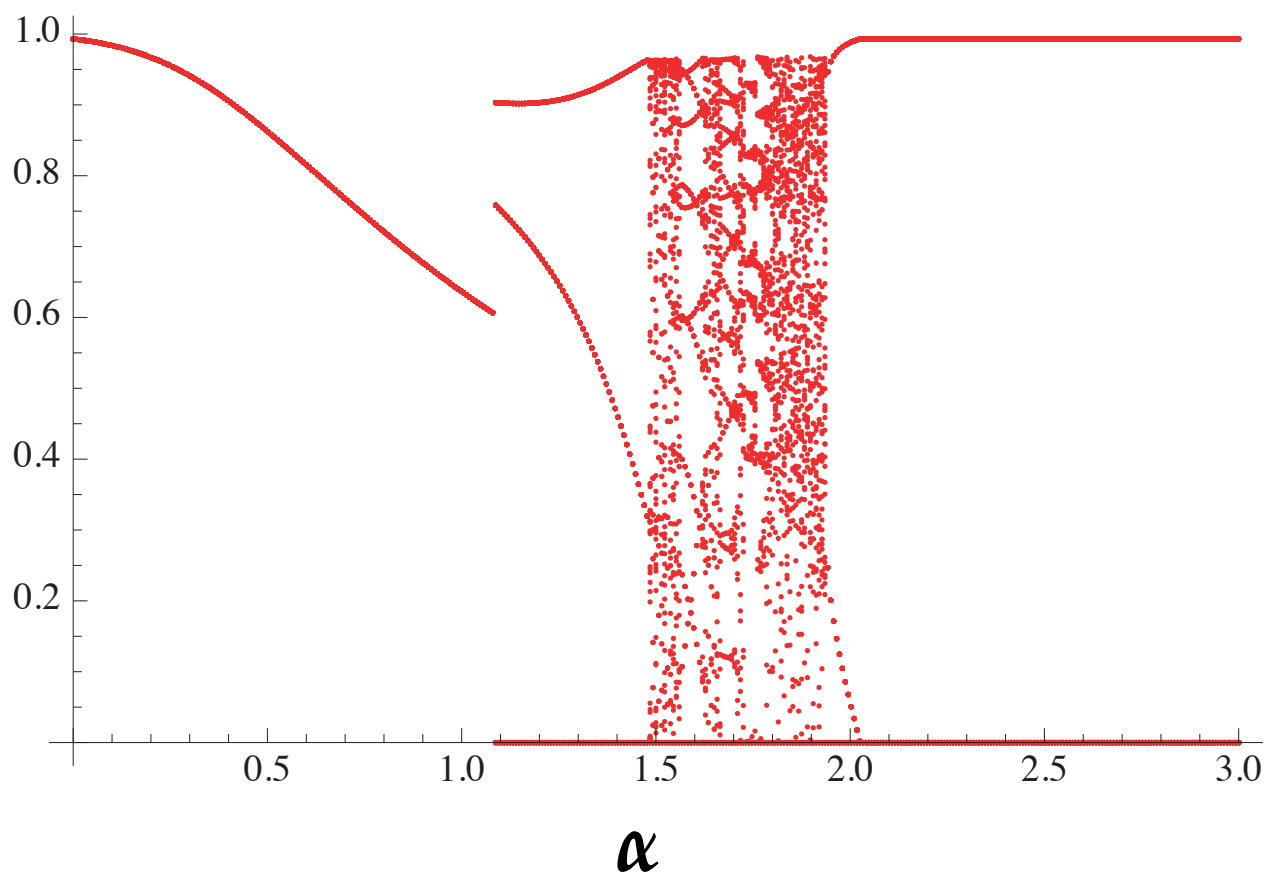
$$b = 0.7$$



定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$.

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.8$$

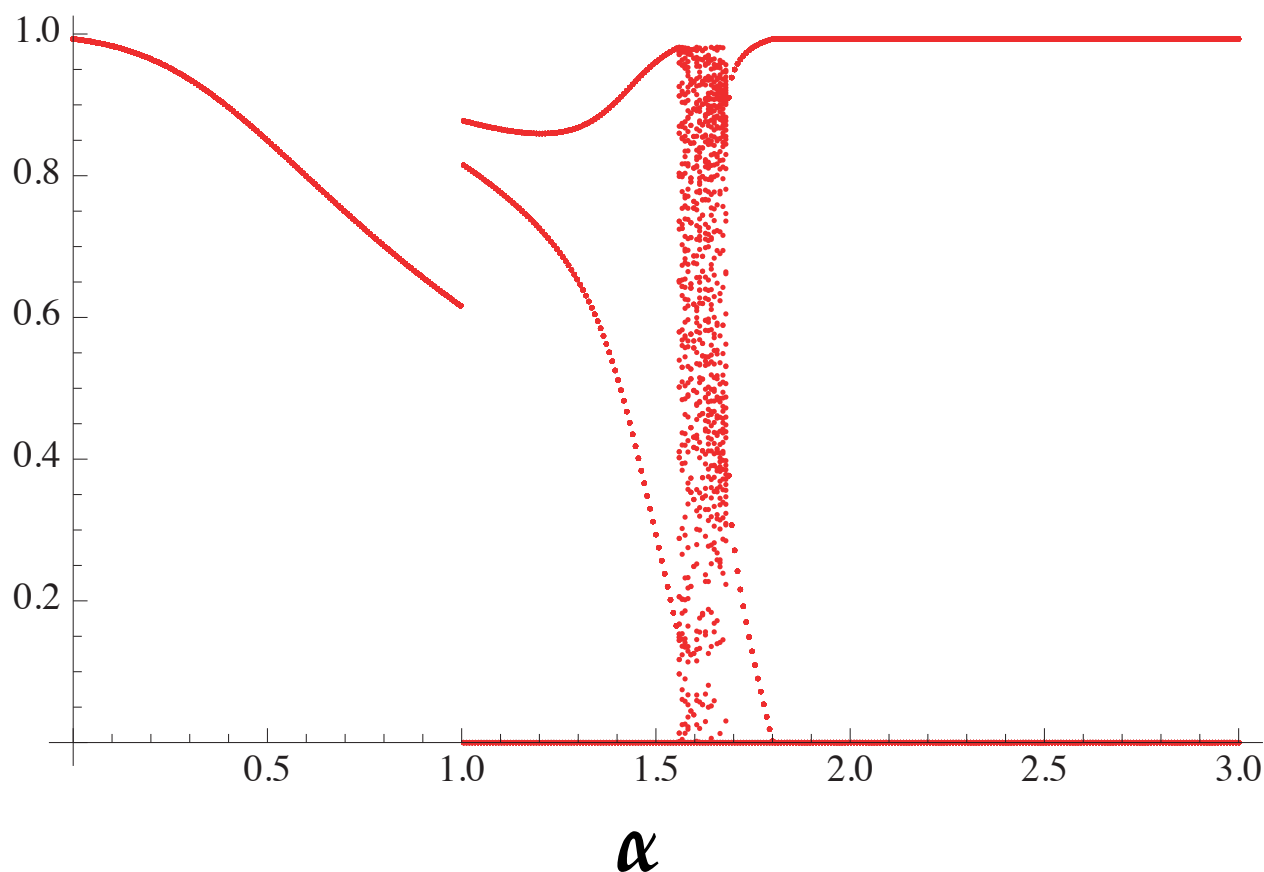


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 0.9$$

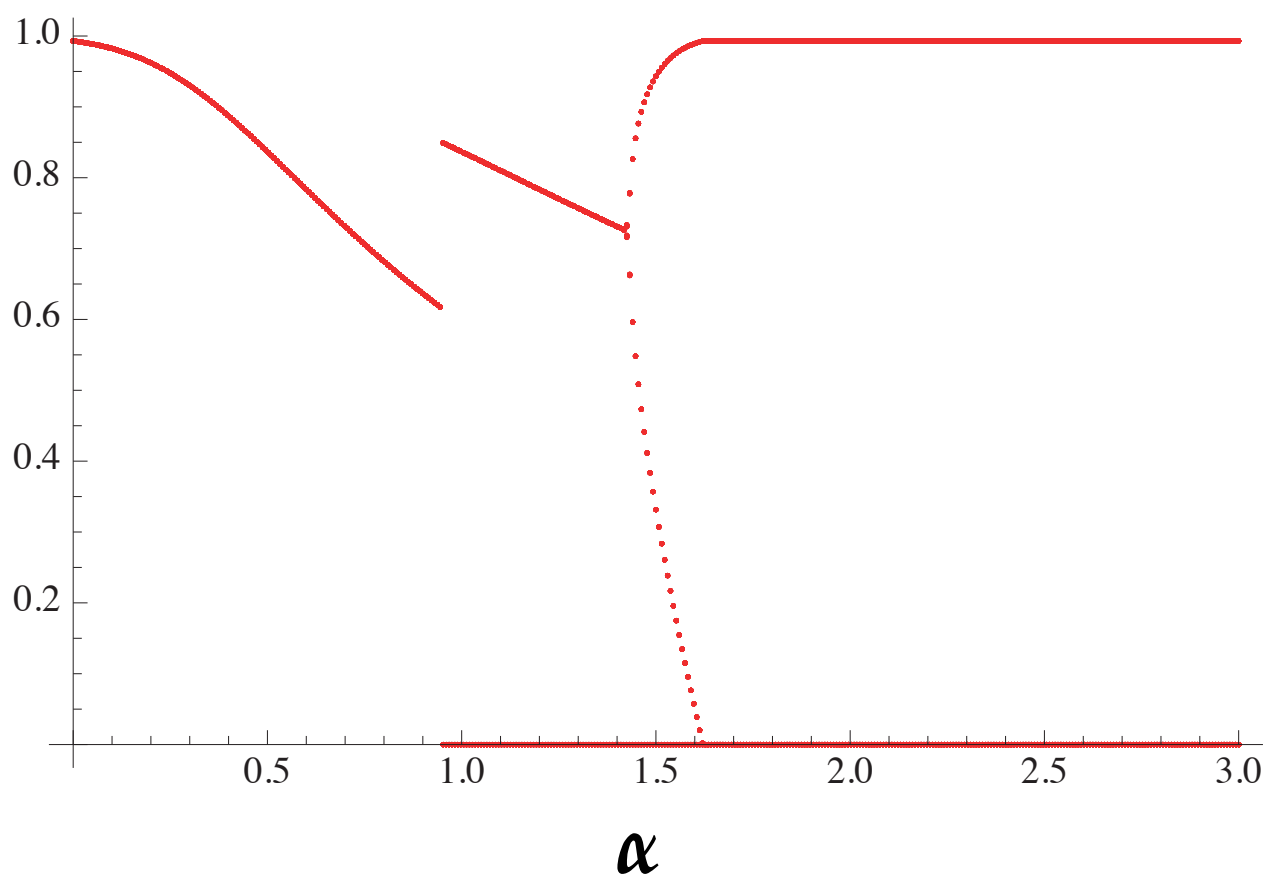


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

社会記憶が過去2年間のみの場合

$$b = 1.0$$



定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

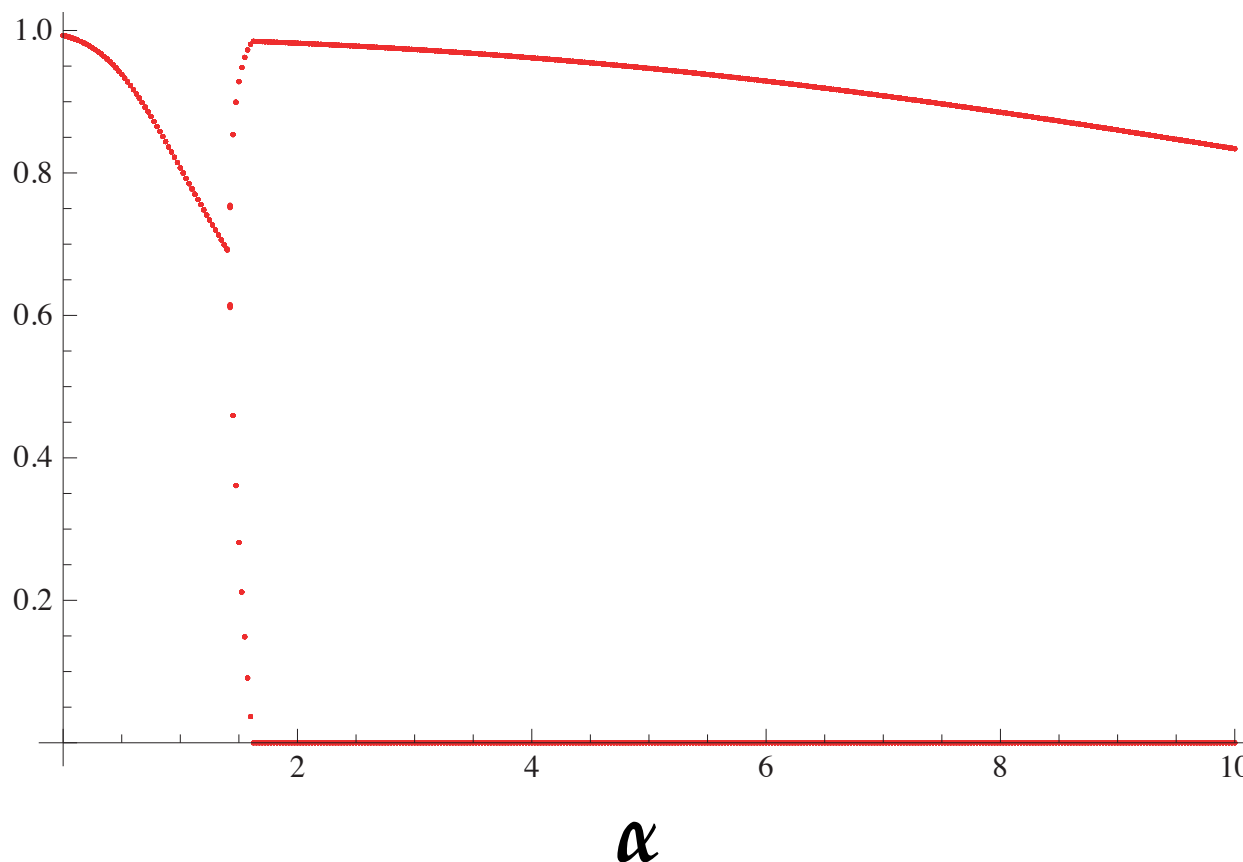
予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$z_{k+1} = 1 - \exp \left[-\overline{\mathcal{R}}_0 z_{k+1} \exp \left[-\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \sigma^j z_{k-j} \right] \right]$$

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.1$$

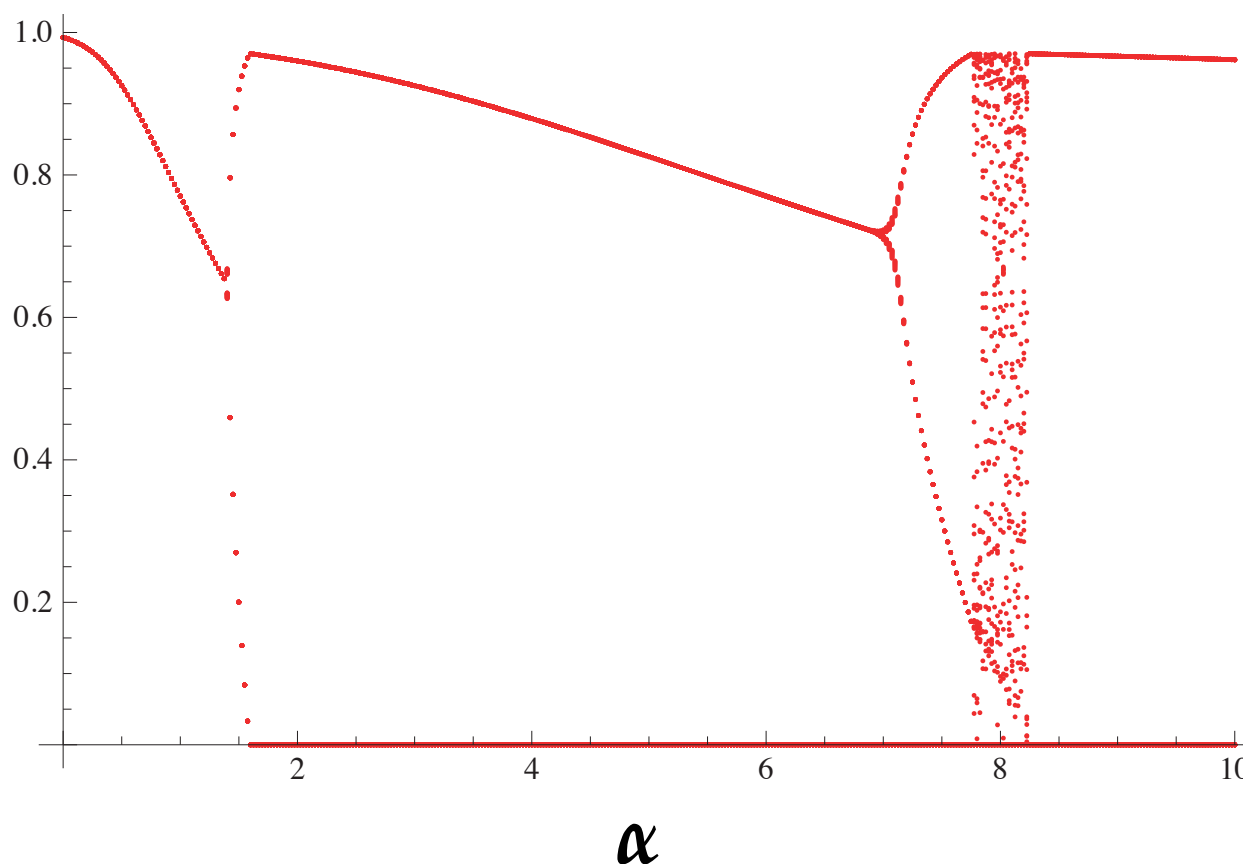


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.2$$

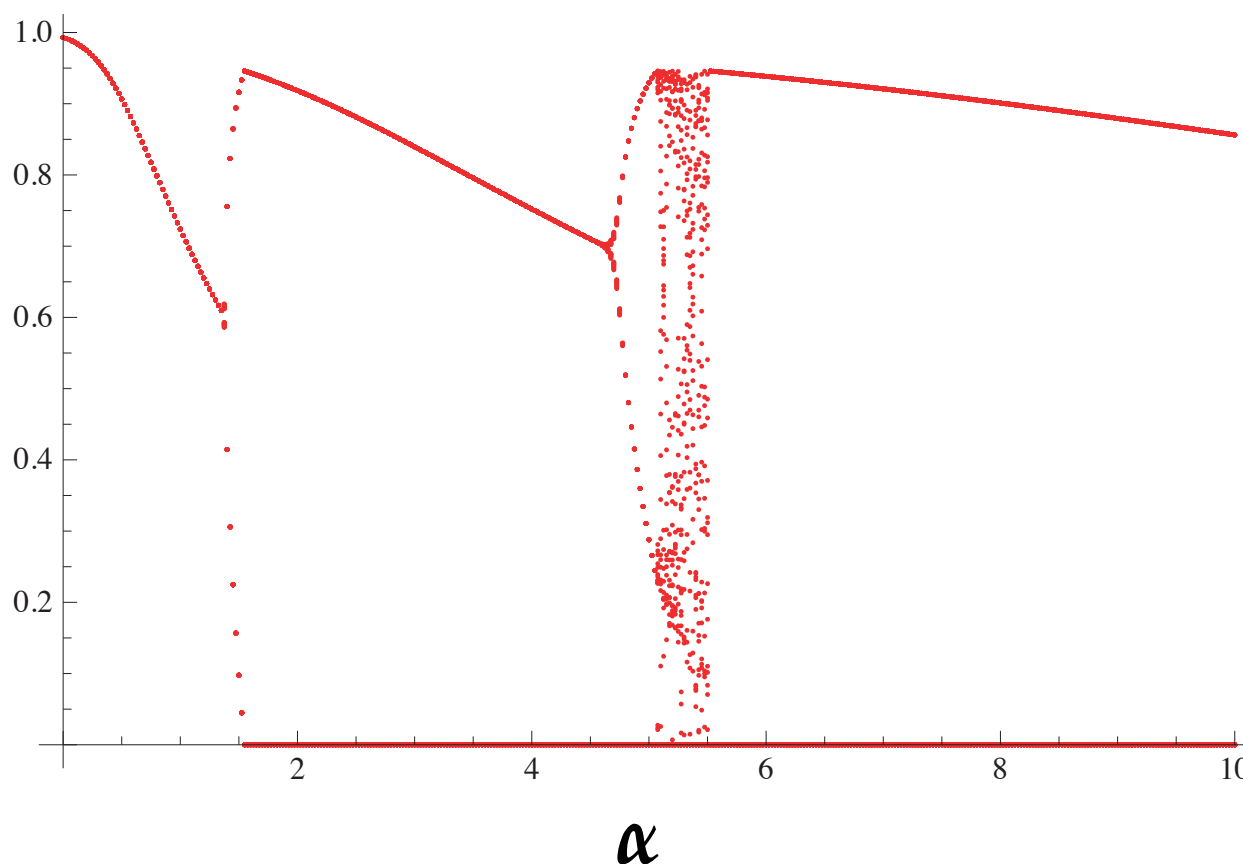


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.3$$

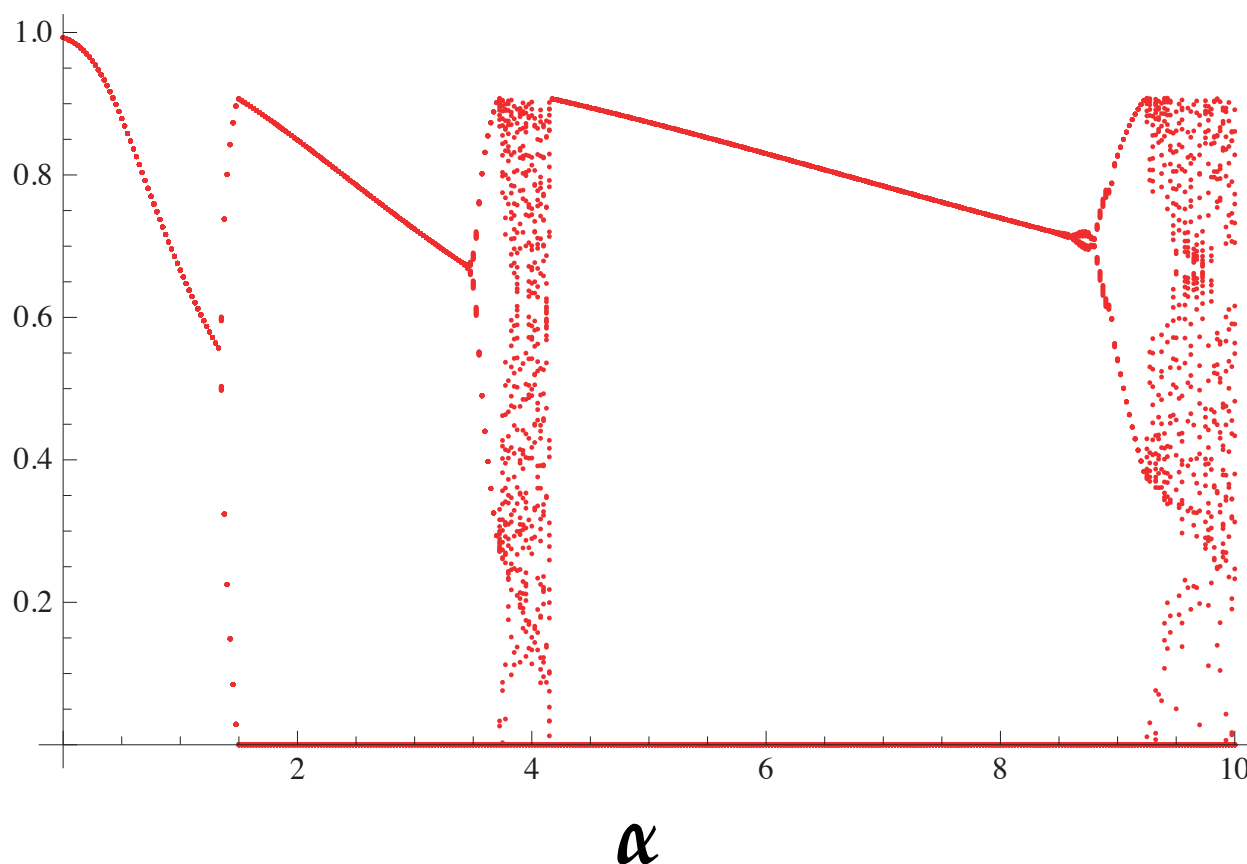


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

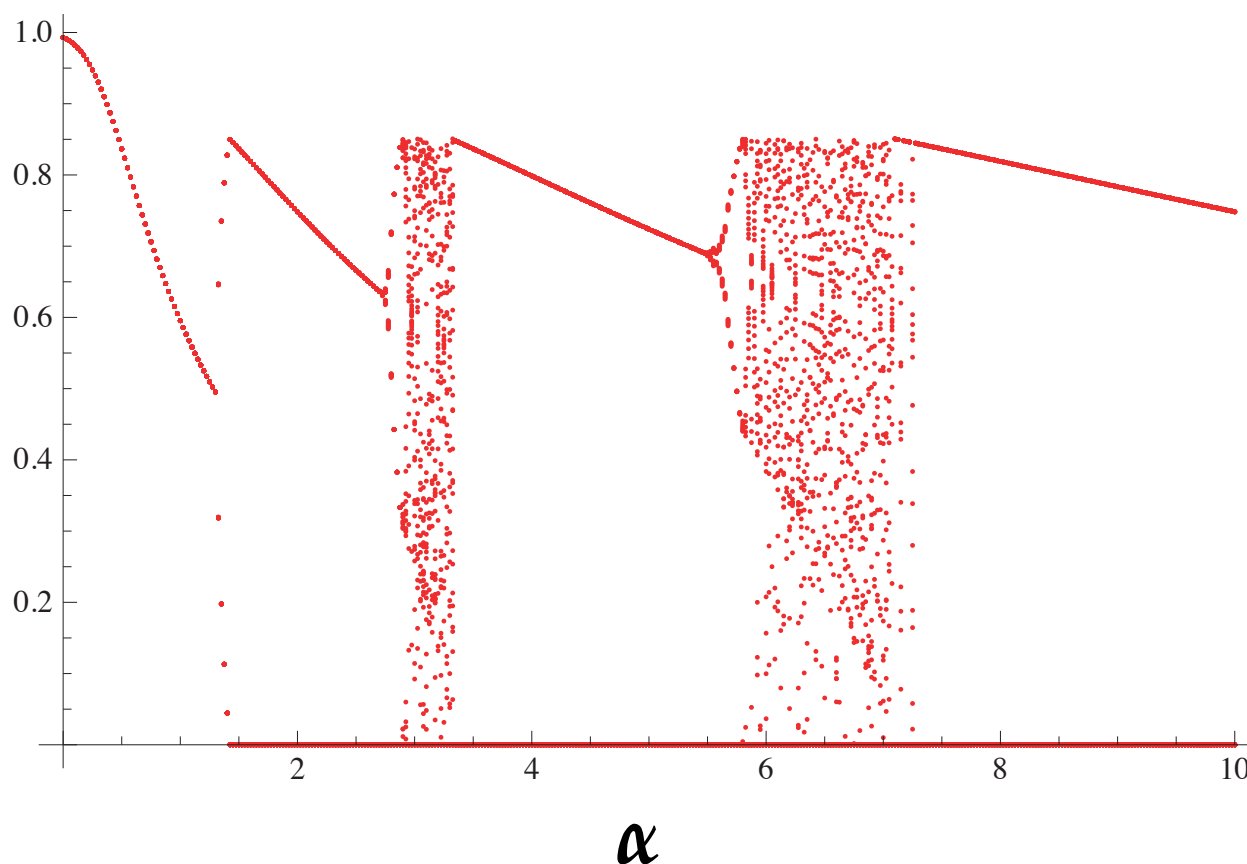
$$\sigma = 0.4$$



定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.5$$

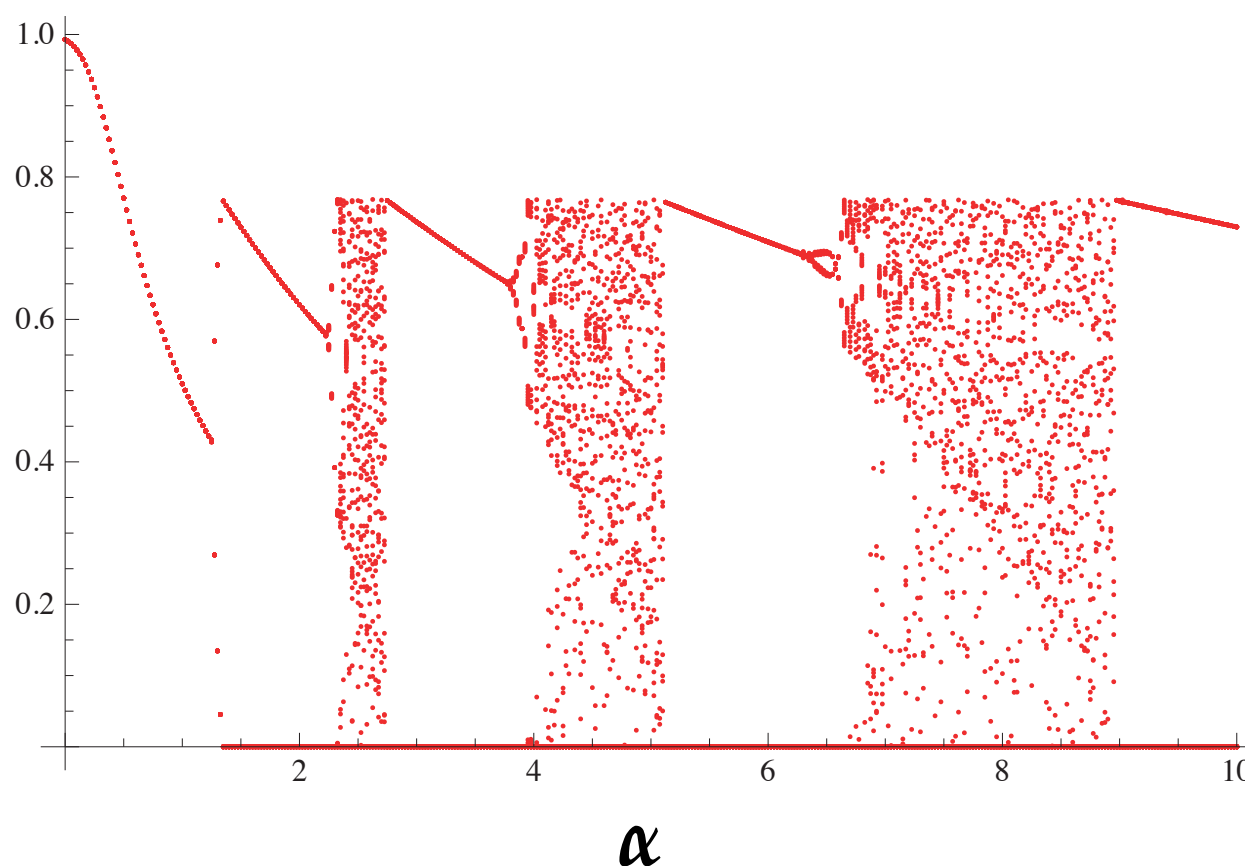


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.6$$

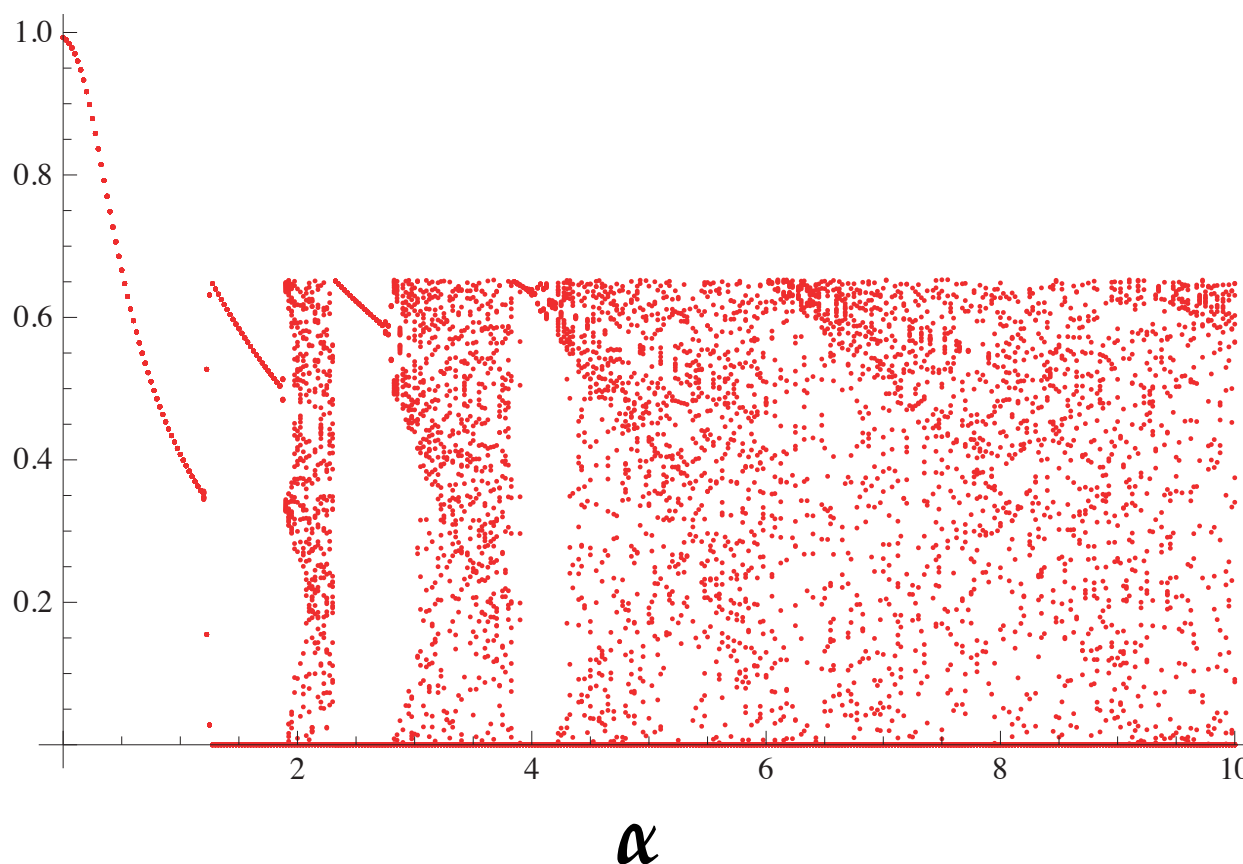


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.7$$

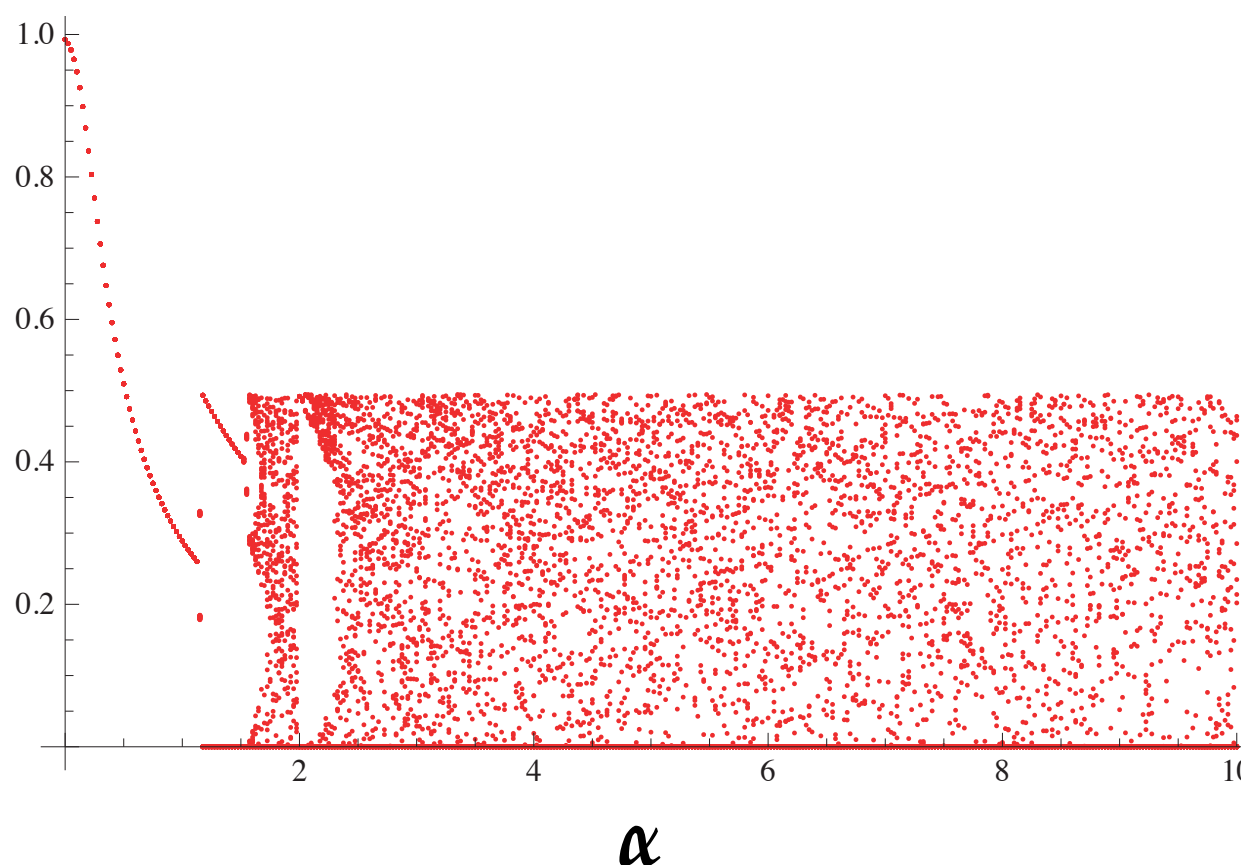


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.8$$

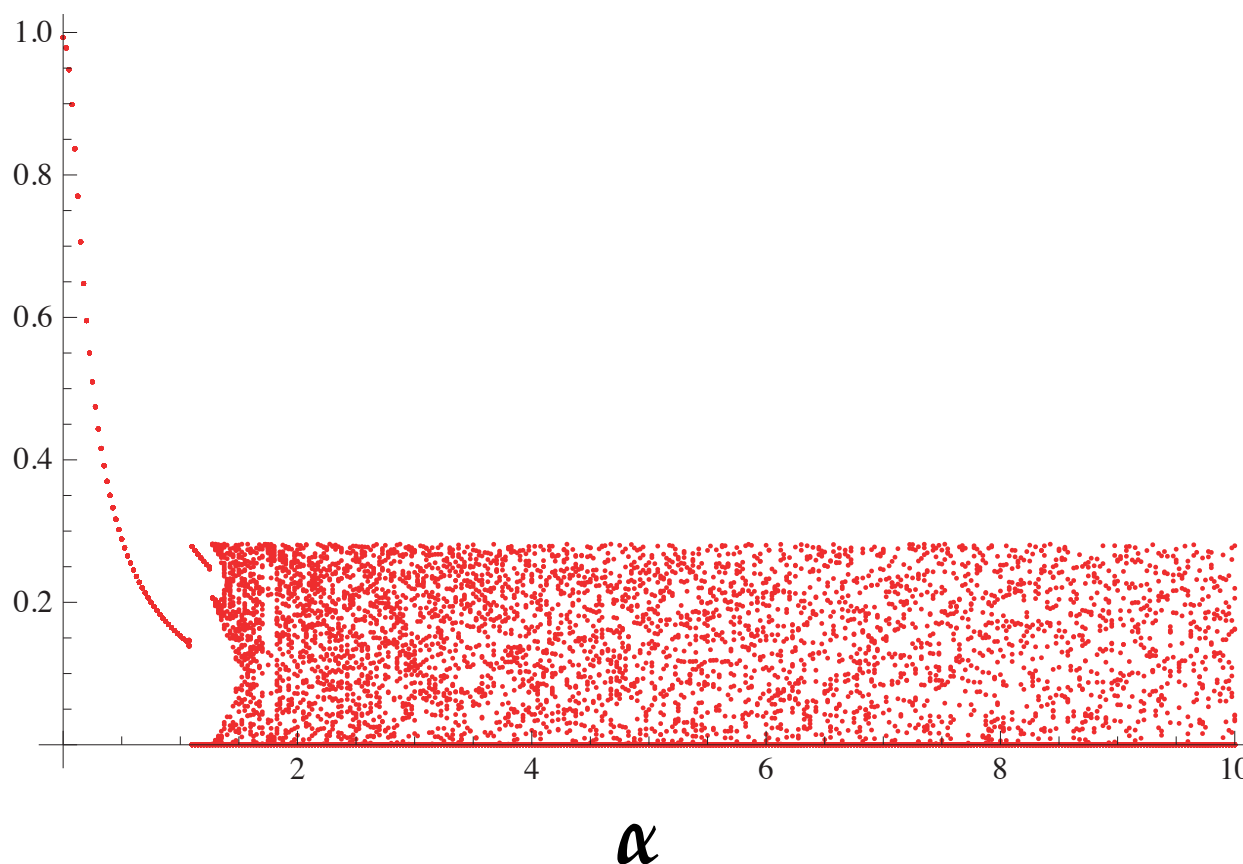


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.9$$

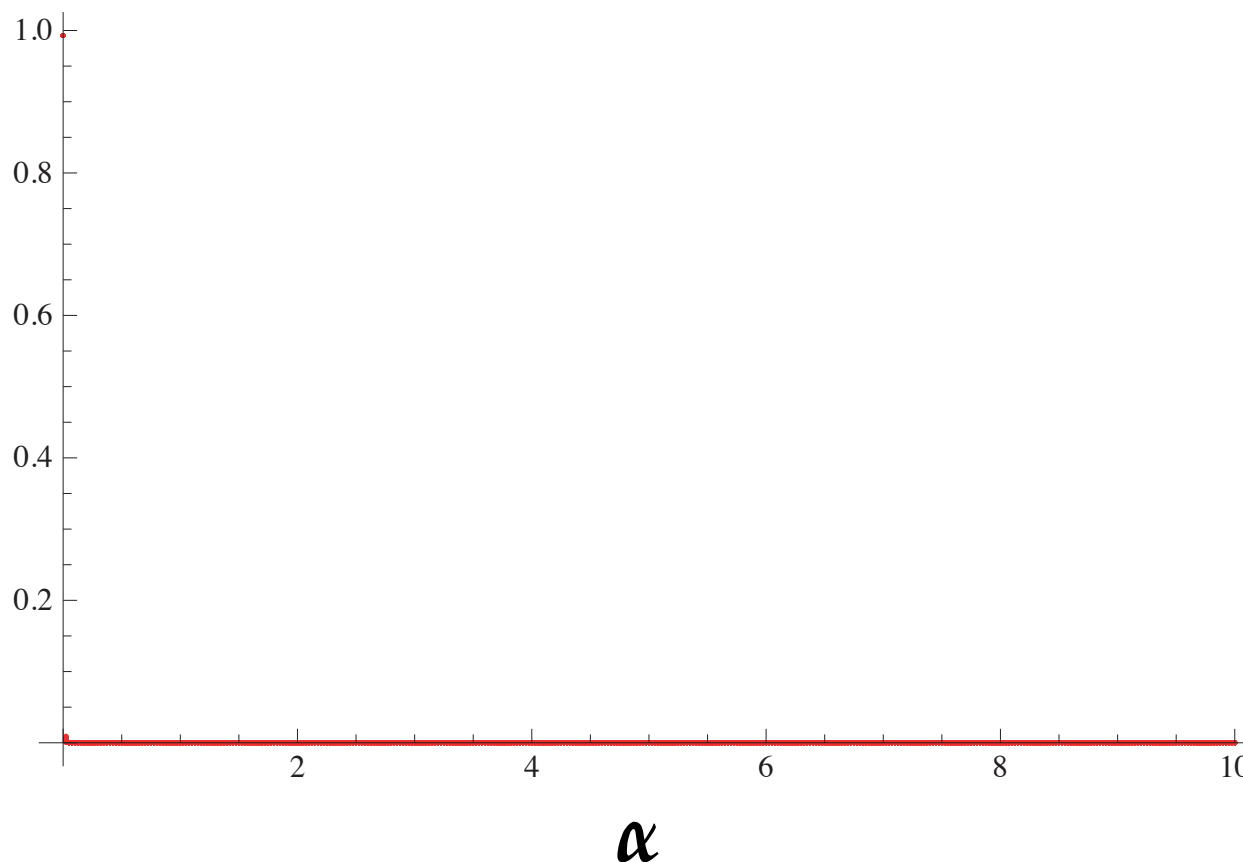


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 1.0$$

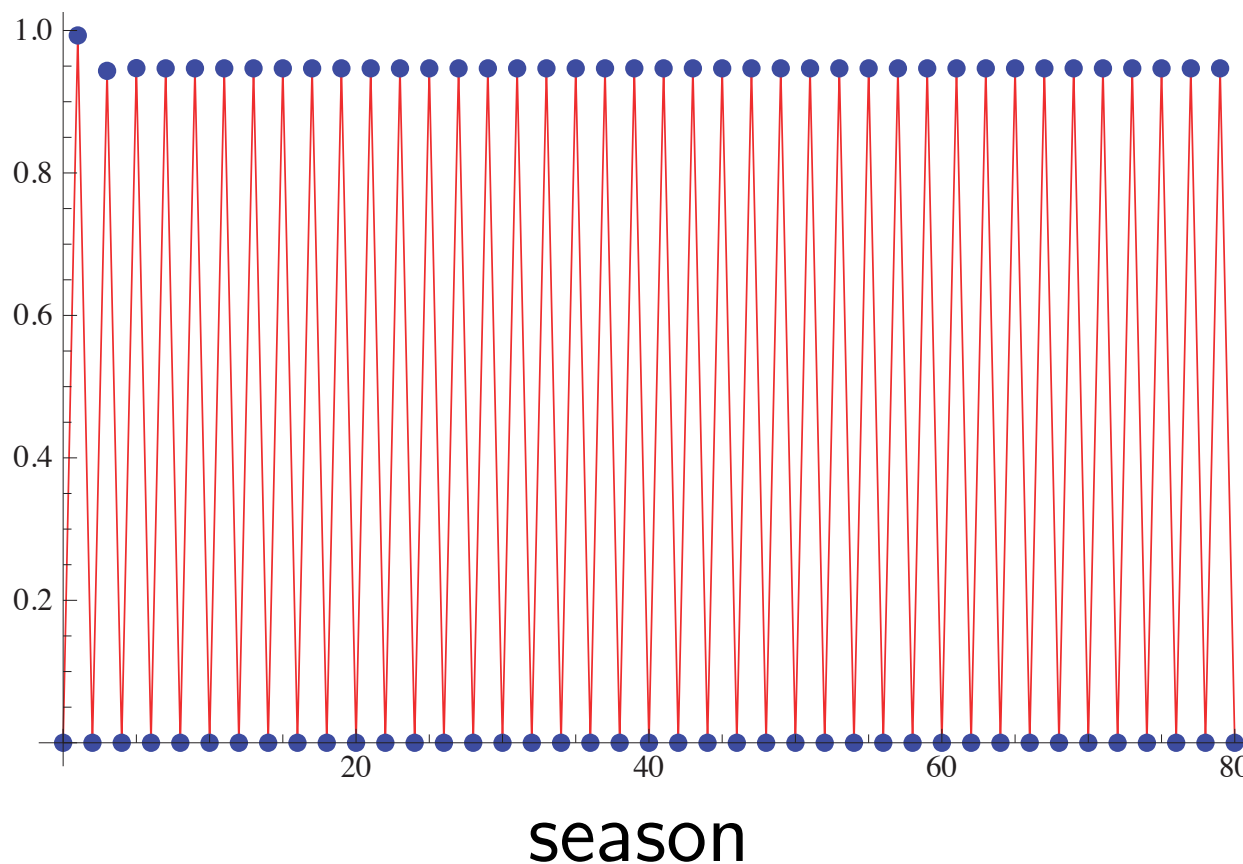


定常状態の分岐 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.1$$

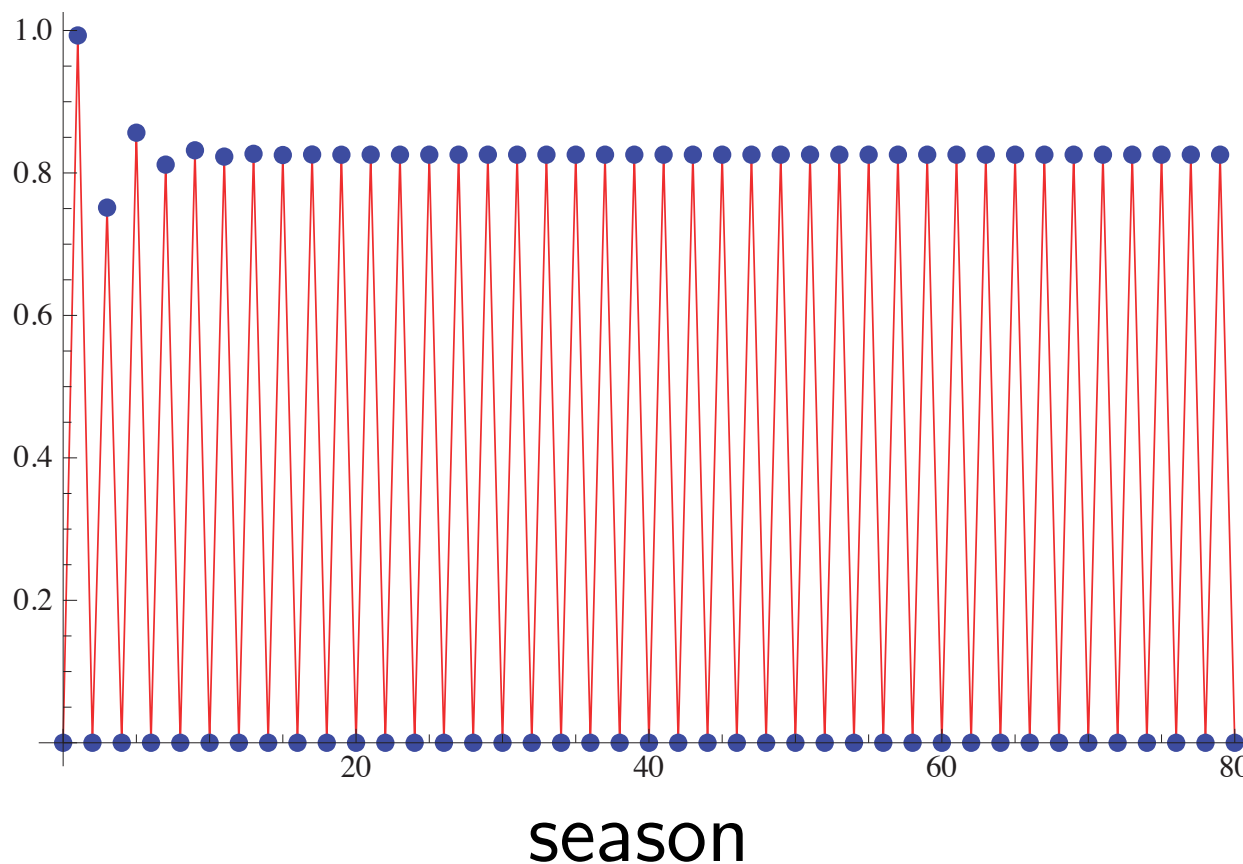


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.2$$

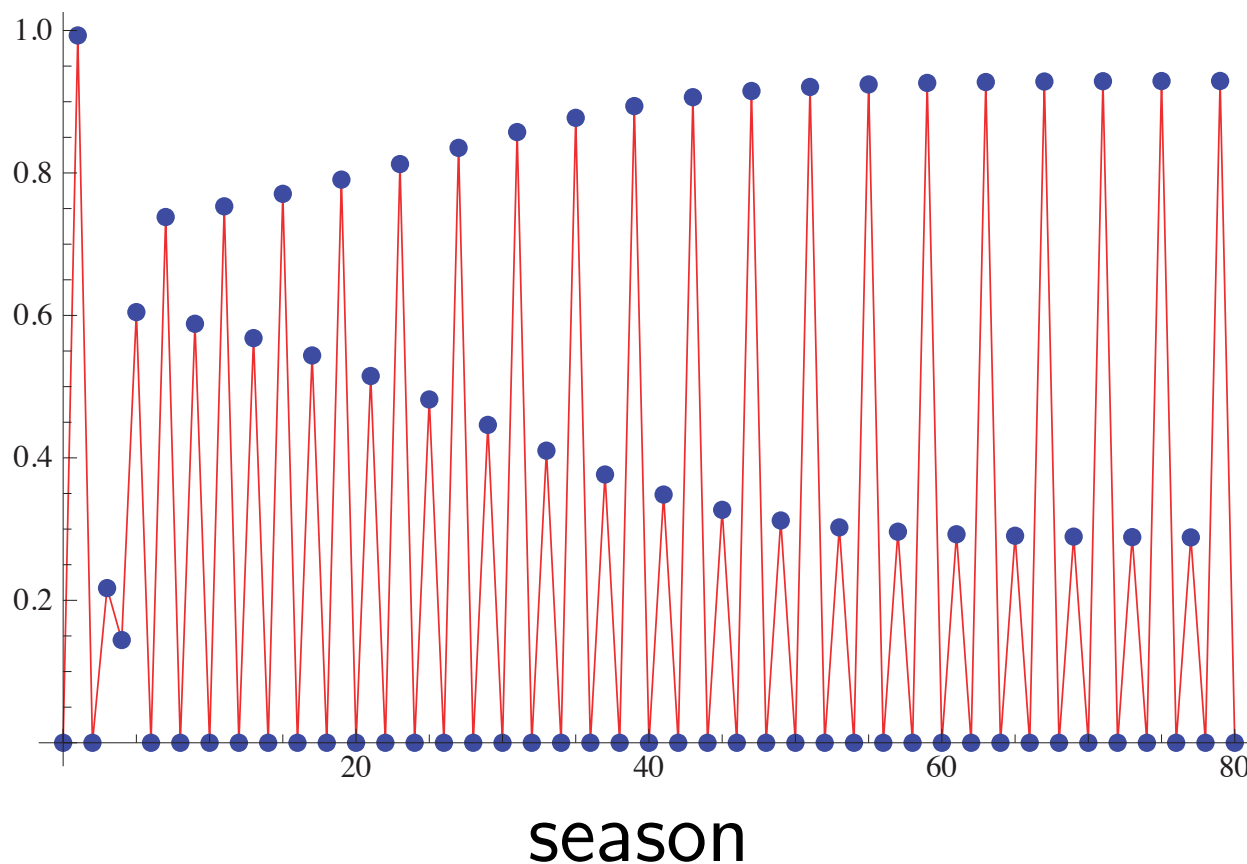


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.3$$

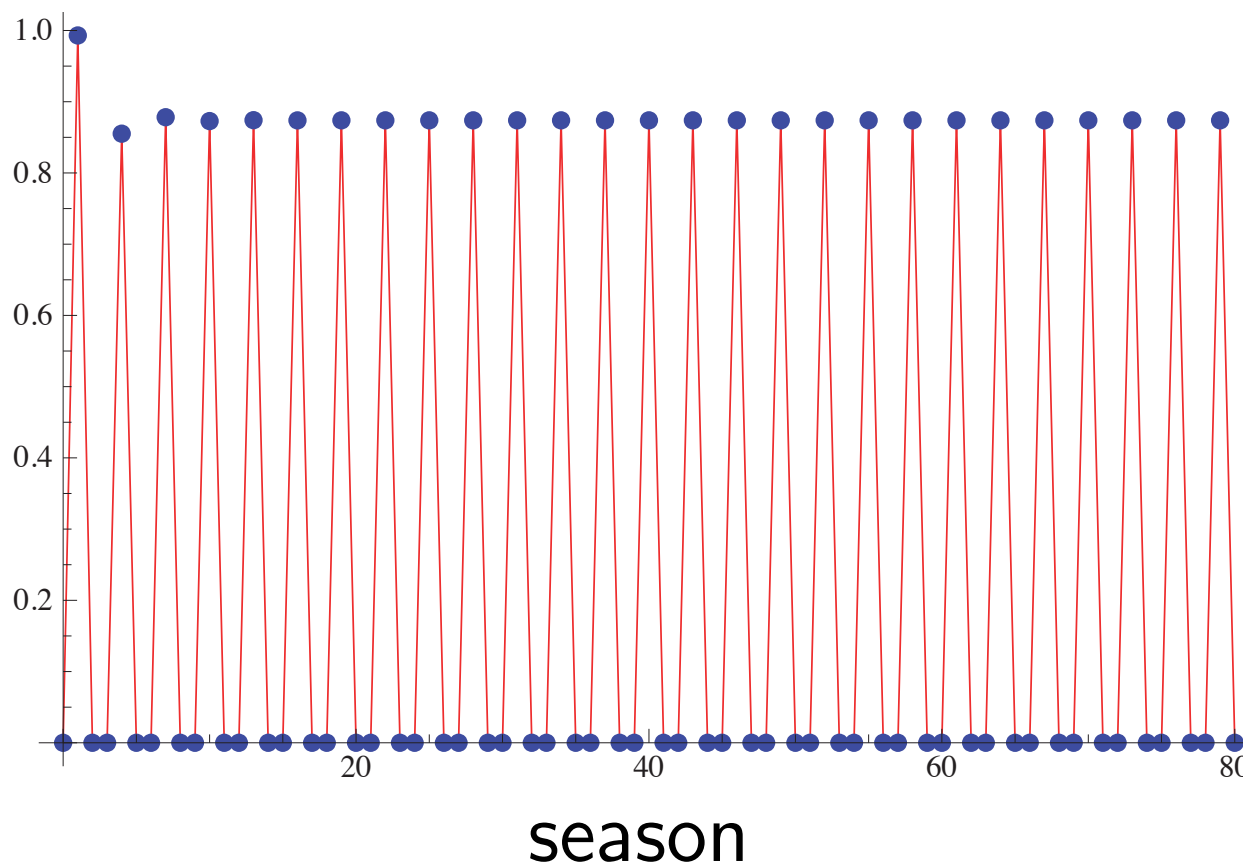


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0, N = 1.0, \alpha = 5.0.$

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.4$$

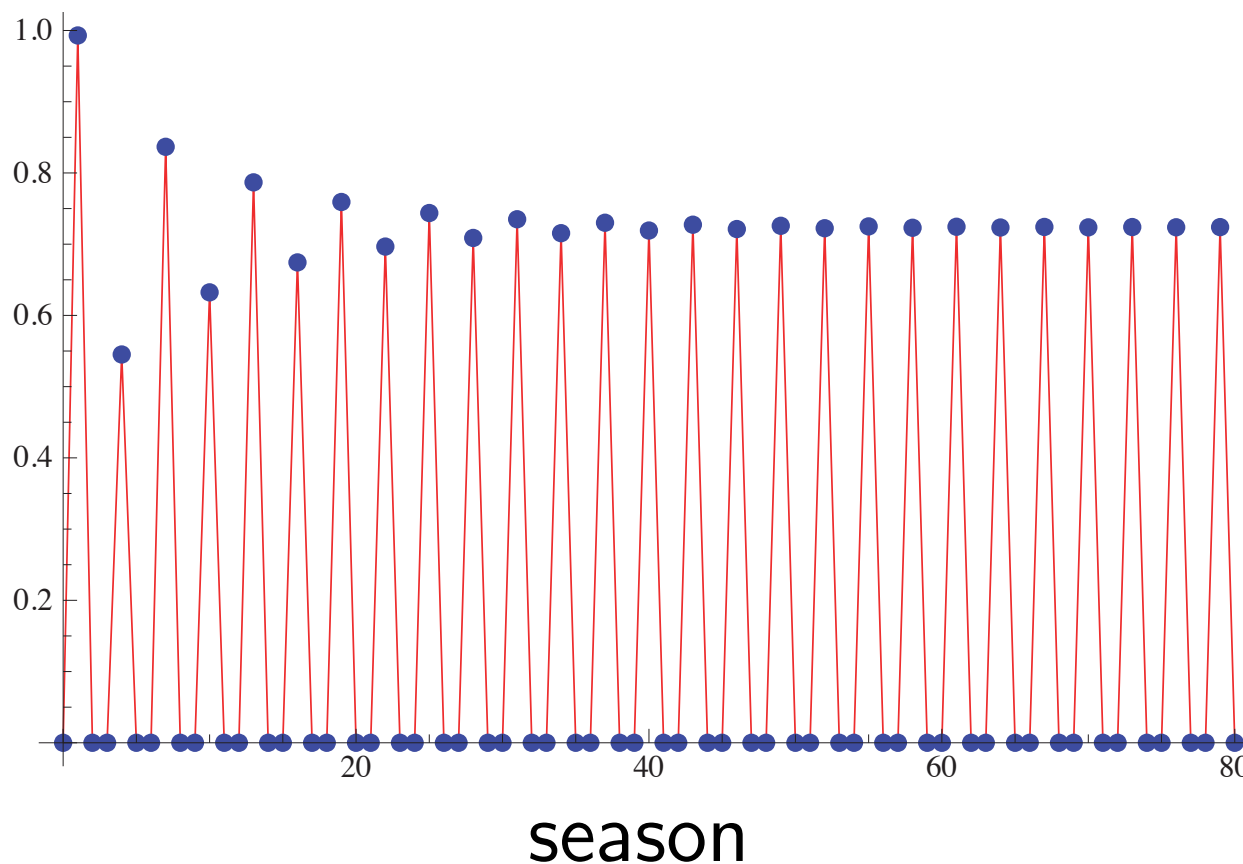


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.5$$

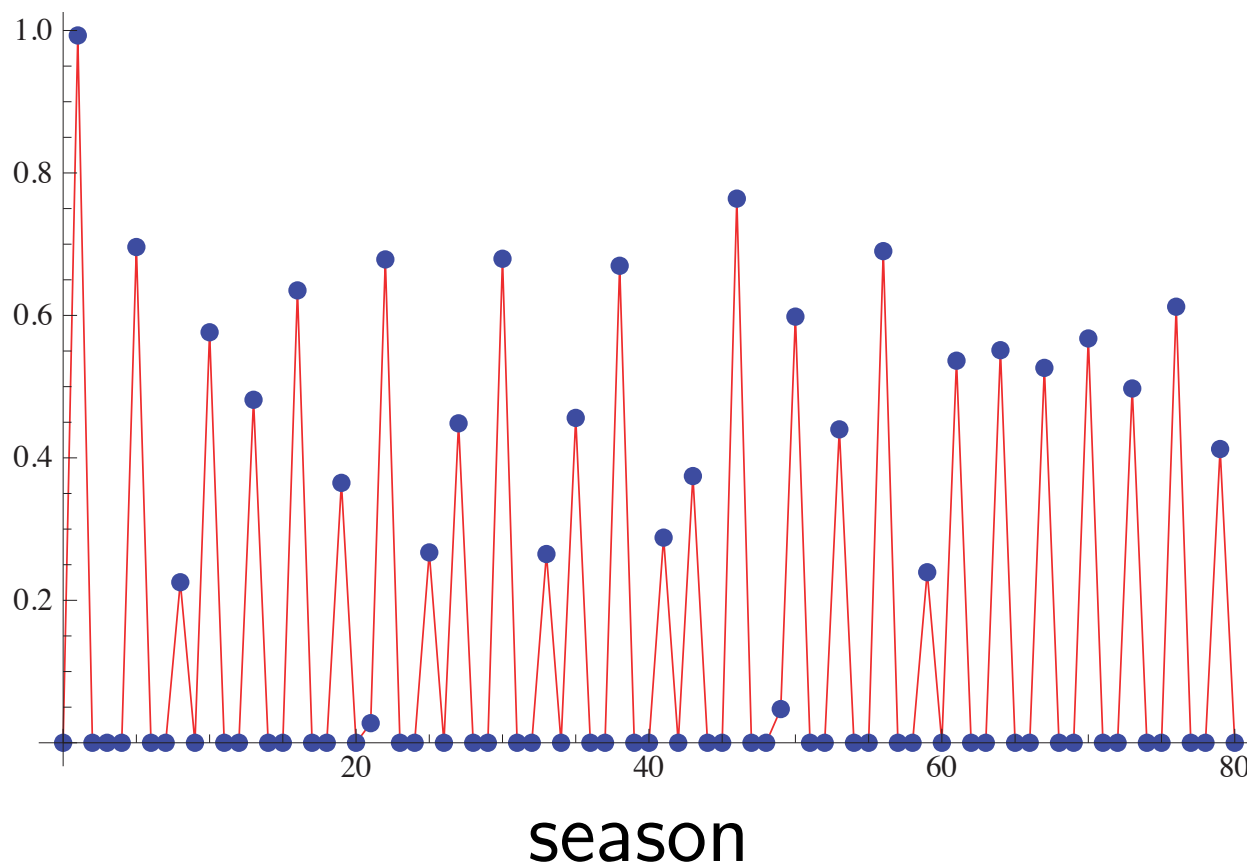


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.6$$

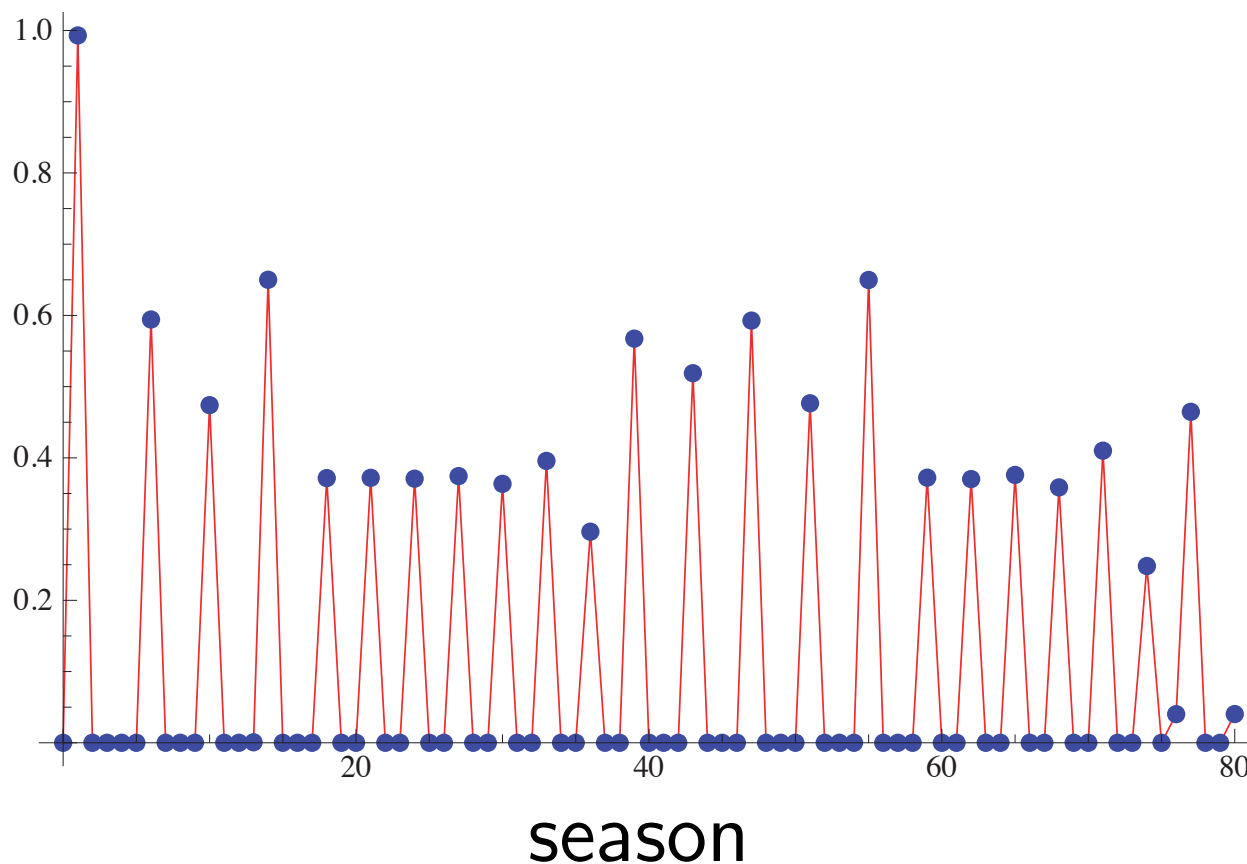


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.7$$

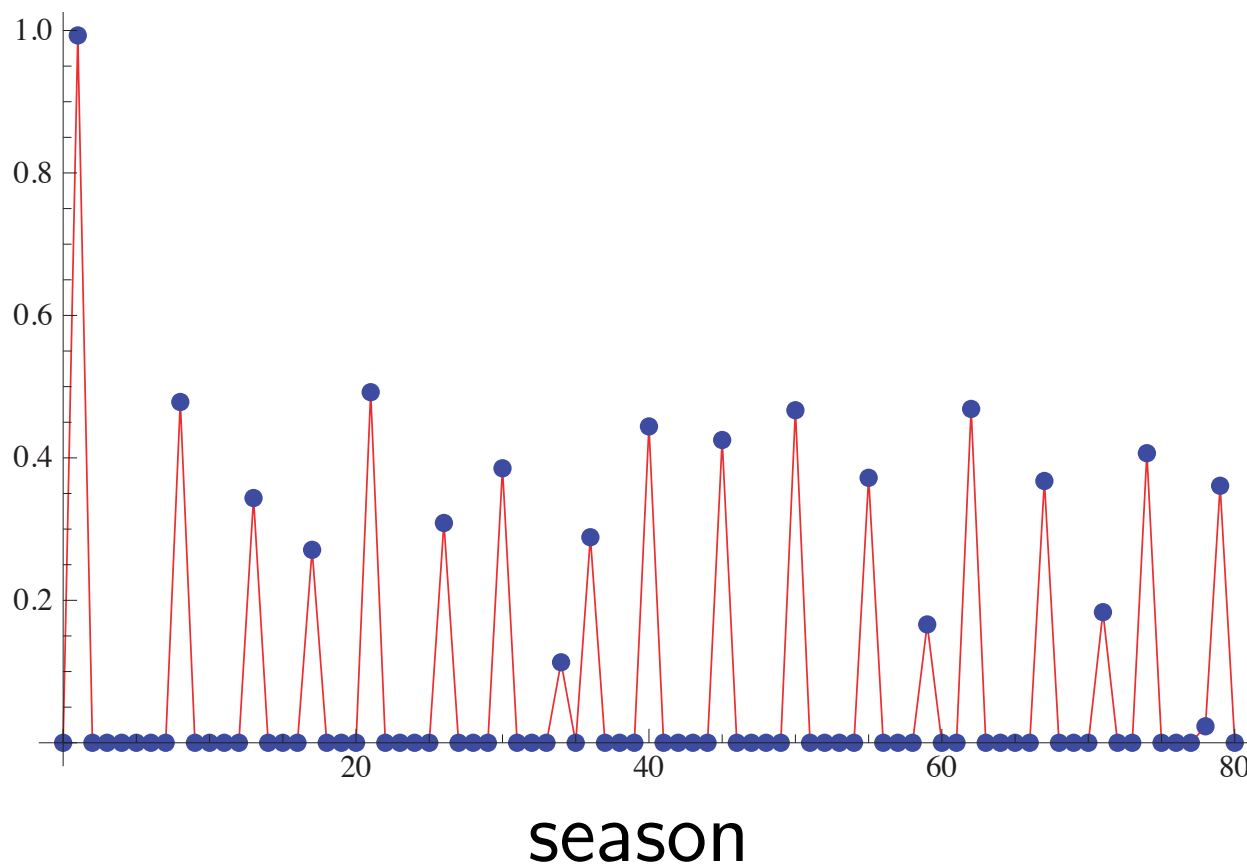


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.8$$

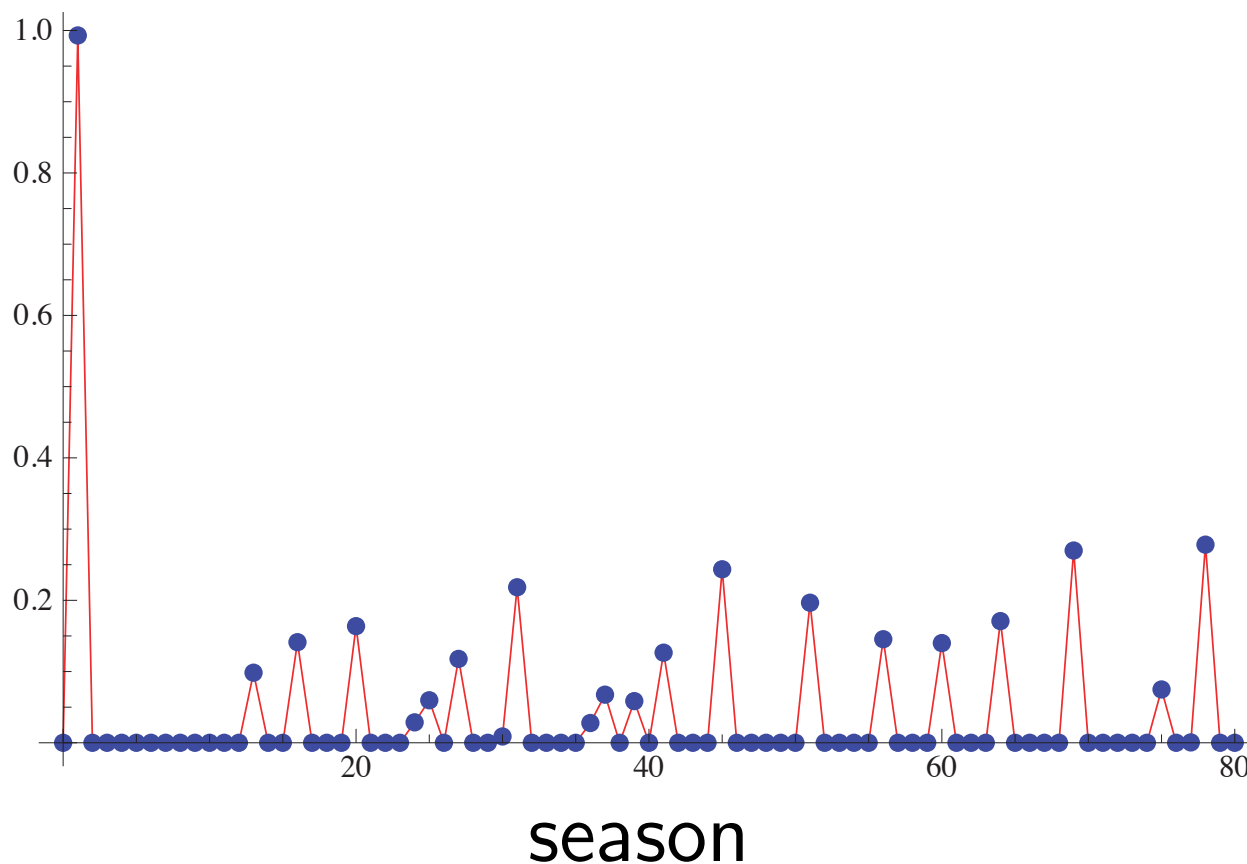


感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 解析結果

予防水準の指数関数的応答 一般の場合

$$\sigma = 0.9$$



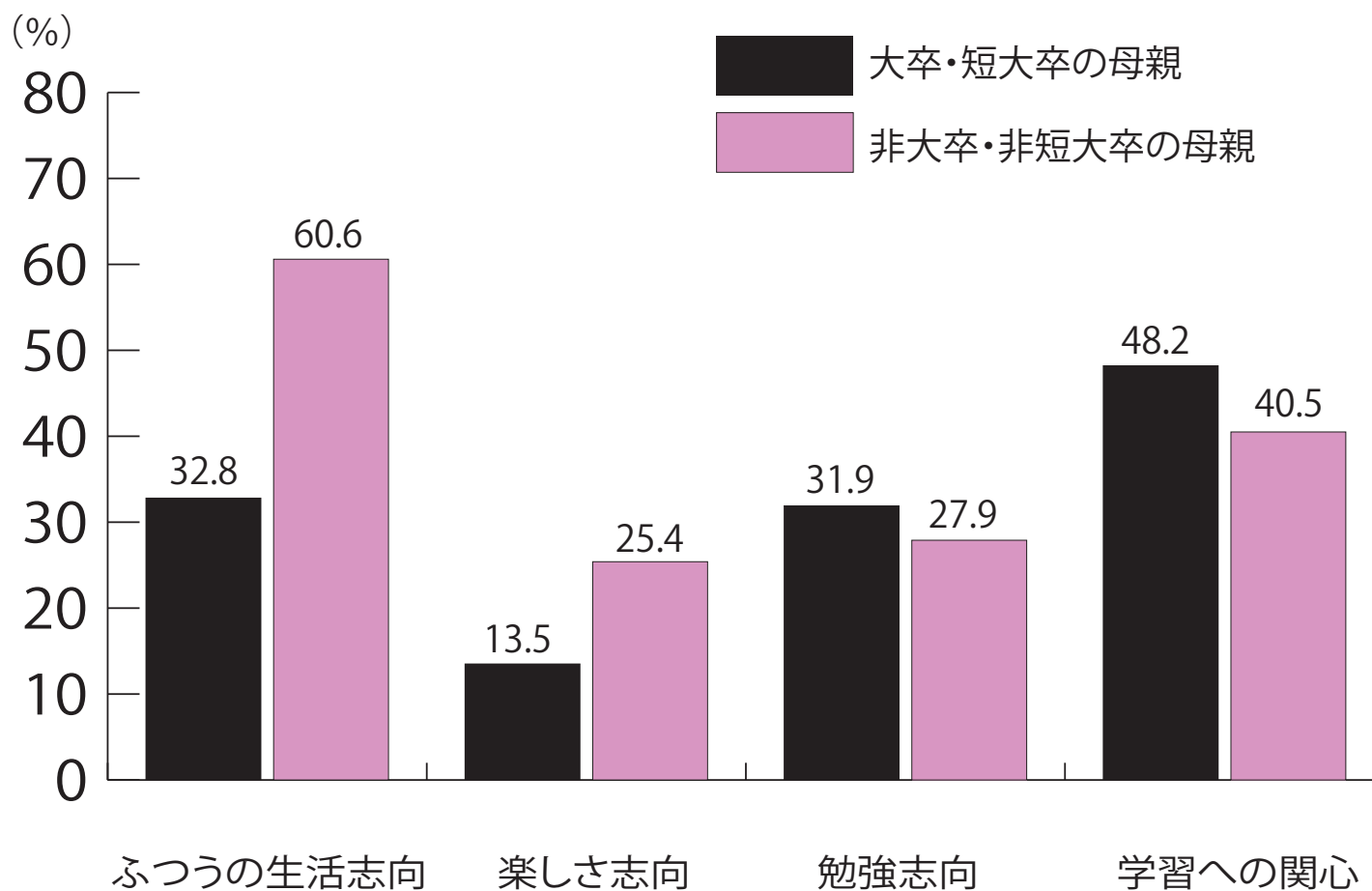
感染規模の年変動 . $\overline{\mathcal{R}}_0 = 5.0$, $N = 1.0$, $\alpha = 5.0$.

└ 結 論

- 実際のデータに見られるような大流行と小流行の反復を生起させる要因の 1 つとして，前年以前の感染規模に対する予防水準の応答を考えうる。
- 特定の感染症の異なる人口集団における感染規模変動の違いが，それらの人口集団間の社会・文化的特性に起因する可能性が議論できるかもしれない。
- 具体的な感染症のデータを応用した流行の年変動の理論的な解析の道具として使えることが期待でき，本研究の今後の課題の一つである。
- 他の種類の「流行」，たとえば，ファッションや音楽などの文化要素の流行の移り変わりの様相の特性にも，本研究で考察したような数理モデルによる理論的研究が可能かもしれない。

Part II. 教育投資に対する親の意識分布の形成

└ 教育投資に対する親の意識分布

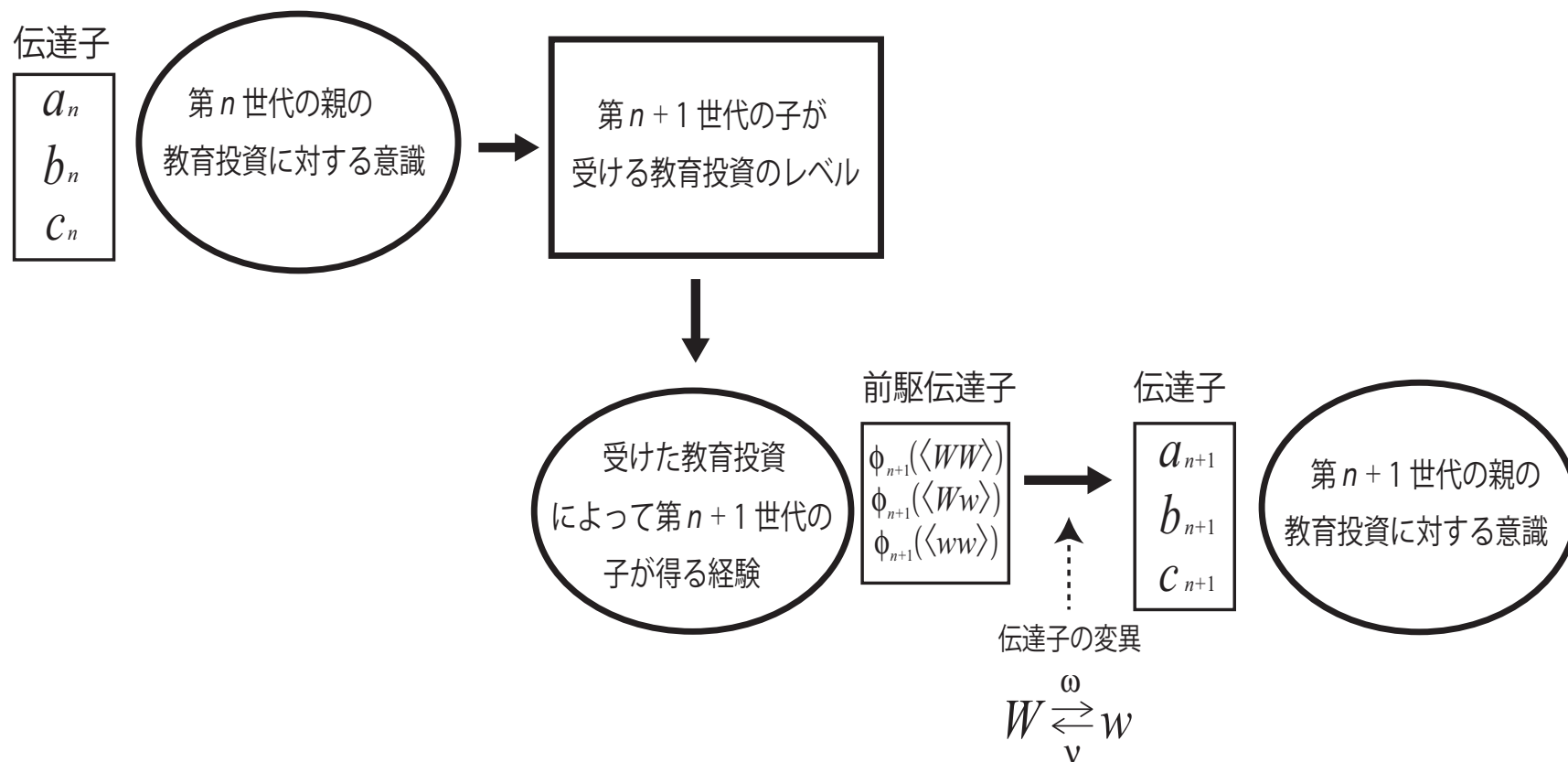


子についての母親の学力観・勉強観に関するアンケート集計データ・母親の学歴別（ベネッセ教育研究開発センター，2011．第4回子育て生活基本調査，第4章：子どもの学力・習い事・進路）

└ 研究の焦点

親は学校や学校外での子の教育へ投資を行うが，そうした教育投資の家庭における重要度についてはばらつきがある。そのような教育投資に関する意識の社会での分布はどのような条件下でどのような性質を持ち得るのだろうか。

└ モデリング



伝達子 (ミーム ; meme)

伝達子型		第 n 世代の親における存在頻度
WW	教育投資に対する高い意識	a_n
Ww	教育投資に対する中程度の意識	b_n
ww	教育投資に対する低い意識	c_n

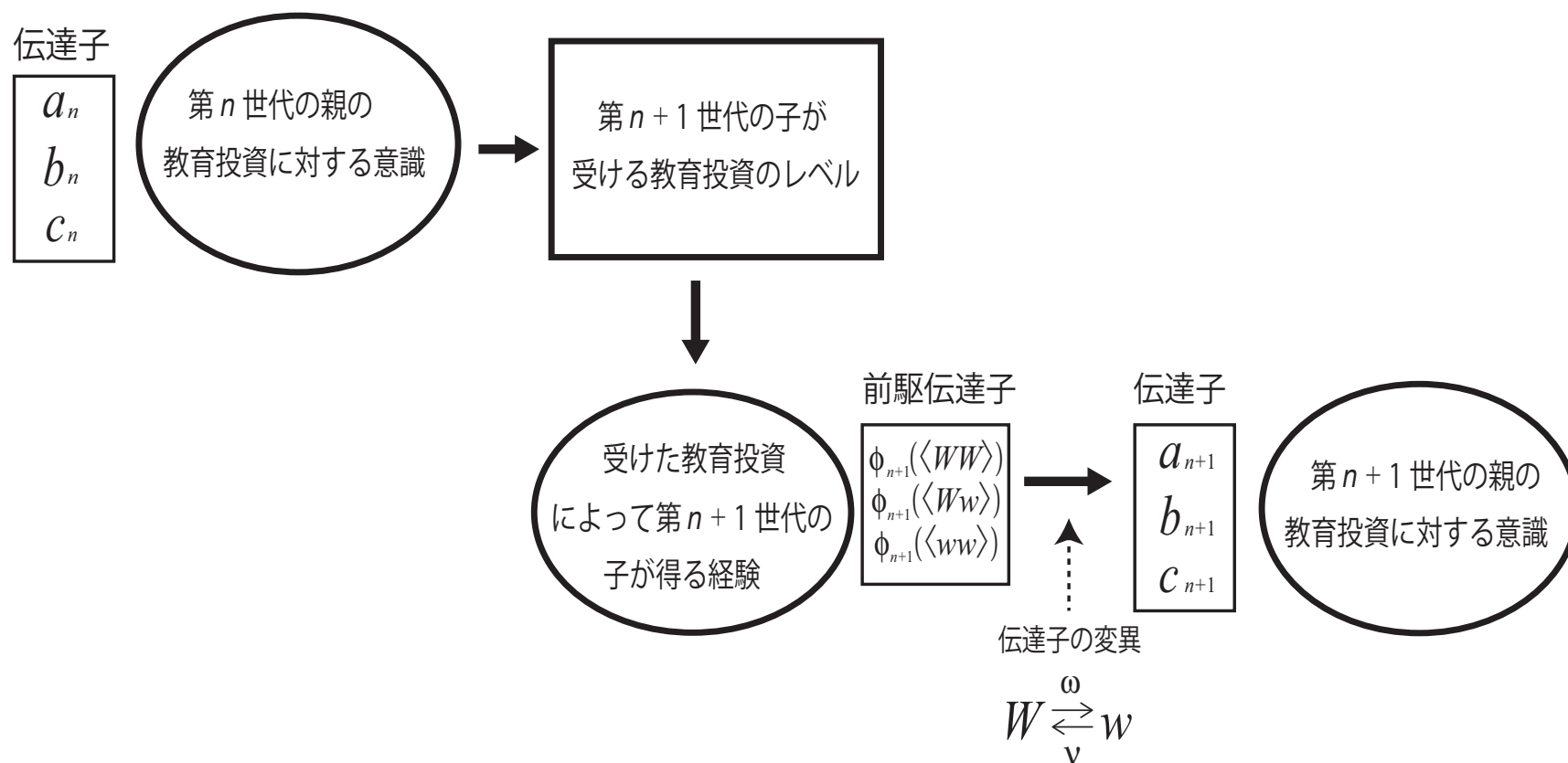
ただし , $a_n + b_n + c_n = 1$

前駆伝達子 (pre-meme)

親の伝達子型の組	子の前駆伝達子型
(WW , WW)	$\langle WW \rangle$
(ww , ww)	$\langle ww \rangle$
(Ww , Ww)	$\langle Ww \rangle$
(WW , Ww)	$\langle WW \rangle : \langle Ww \rangle = \alpha : 1 - \alpha$
(Ww , ww)	$\langle Ww \rangle : \langle ww \rangle = \beta : 1 - \beta$
(WW , ww)	$\langle WW \rangle : \langle Ww \rangle : \langle ww \rangle = \gamma : (1 - \gamma)\delta : (1 - \gamma)(1 - \delta)$

$\alpha , \beta , \gamma , \delta$ は , 教育投資に関する意識が両親間で異なる場合により強い意識の側の教育投資が実施される確率 .

└ モデリング



└ 数理モデル

$$\begin{aligned}a_{n+1} &= (1 - \omega)^2(a_n^2 + 2\alpha a_n b_n + 2\gamma a_n c_n) \\ &\quad + (1 - \omega)\nu\{b_n^2 + 2(1 - \alpha)a_n b_n + 2\beta b_n c_n + 2(1 - \gamma)\delta a_n c_n\} \\ &\quad + \nu^2\{c_n^2 + 2(1 - \beta)b_n c_n + 2(1 - \gamma)(1 - \delta)a_n c_n\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_{n+1} &= 2\omega(1 - \omega)(a_n^2 + 2\alpha a_n b_n + 2\gamma a_n c_n) \\ &\quad + (1 - \omega - \nu + 2\omega\nu)\{b_n^2 + 2(1 - \alpha)a_n b_n + 2\beta b_n c_n + 2(1 - \gamma)\delta a_n c_n\} \\ &\quad + 2\nu(1 - \nu)\{c_n^2 + 2(1 - \beta)b_n c_n + 2(1 - \gamma)(1 - \delta)a_n c_n\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_{n+1} &= \omega^2(a_n^2 + 2\alpha a_n b_n + 2\gamma a_n c_n) \\ &\quad + \omega(1 - \nu)\{b_n^2 + 2(1 - \alpha)a_n b_n + 2\beta b_n c_n + 2(1 - \gamma)\delta a_n c_n\} \\ &\quad + (1 - \nu)^2\{c_n^2 + 2(1 - \beta)b_n c_n + 2(1 - \gamma)(1 - \delta)a_n c_n\}\end{aligned}$$

└ 数理モデル

$a_n + b_n + c_n = 1$ により ,

$$\begin{aligned} a_{n+1} = & (1 - \omega - \nu) \{ (1 - 2\alpha)(1 - \omega)a_n^2 + (1 - 2\beta)\nu c_n^2 \\ & + 2Aa_nc_n + 2\alpha(1 - \omega)a_n - 2(1 - \beta)\nu c_n \} + (1 - \omega)\nu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{n+1} = & -(1 - \omega - \nu) \{ (1 - 2\alpha)\omega a_n^2 + (1 - 2\beta)(1 - \nu)c_n^2 \\ & + 2Ba_nc_n + 2\alpha\omega a_n - 2(1 - \beta)(1 - \nu)c_n \} + \omega(1 - \nu) \end{aligned}$$

$$A = (\gamma - \alpha)(1 - \omega) - (\beta - \gamma - \delta + \gamma\delta)\nu$$

$$B = (\gamma - \alpha)\omega - (\beta - \gamma - \delta + \gamma\delta)(1 - \nu)$$

└ 解析結果

$$\omega = \nu, \alpha = \beta = \gamma \text{ の場合}$$

伝達子の変異の確率が等しく，意識がより高い親に従って子の得る経験の質が決まる確率が，すべての組み合わせにおいて等しい。

親の伝達子型の組	子の前駆伝達子型
(WW, WW)	$\langle WW \rangle$
(ww, ww)	$\langle ww \rangle$
(Ww, Ww)	$\langle Ww \rangle$
(WW, Ww)	$\langle WW \rangle : \langle Ww \rangle = \alpha : 1 - \alpha$
(Ww, ww)	$\langle Ww \rangle : \langle ww \rangle = \alpha : 1 - \alpha$
(WW, ww)	$\langle WW \rangle : \langle Ww \rangle : \langle ww \rangle = \alpha : (1 - \alpha)\delta : (1 - \alpha)(1 - \delta)$

└ 解析結果

$\omega = \nu, \alpha = \beta = \gamma$ の場合

$$\begin{aligned} a_{n+1} = & (1 - 2\omega) \{ (1 - 2\alpha)(1 - \omega)a_n^2 + (1 - 2\alpha)\omega c_n^2 \\ & + 2\delta(1 - \alpha)\omega a_n c_n + 2\alpha(1 - \omega)a_n - 2(1 - \alpha)\omega c_n \} \\ & + \omega(1 - \omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{n+1} = & -(1 - 2\omega) \{ (1 - 2\alpha)\omega a_n^2 + (1 - 2\alpha)(1 - \omega)c_n^2 \\ & + 2\delta(1 - \alpha)(1 - \omega)a_n c_n + 2\alpha\omega a_n - 2(1 - \alpha)(1 - \omega)c_n \} \\ & + \omega(1 - \omega) \end{aligned}$$

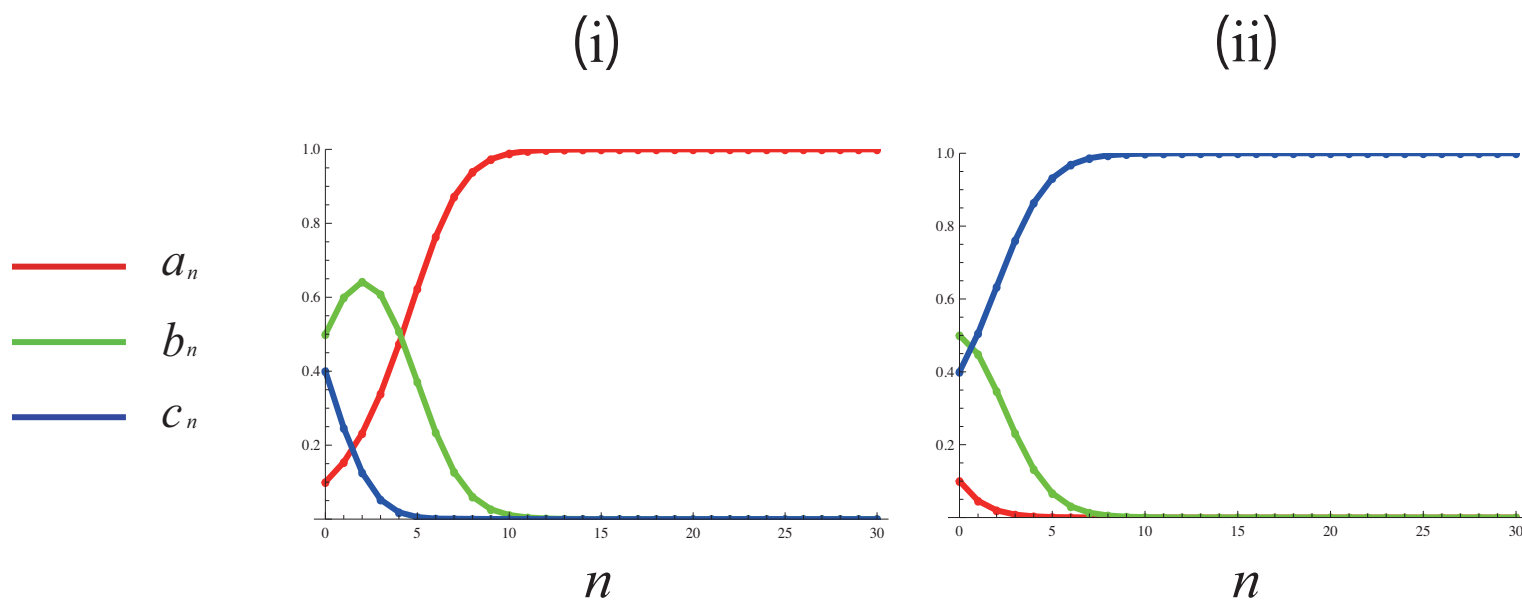
└ 解析結果

$\omega = \nu$, $\alpha = \beta = \gamma$ の場合

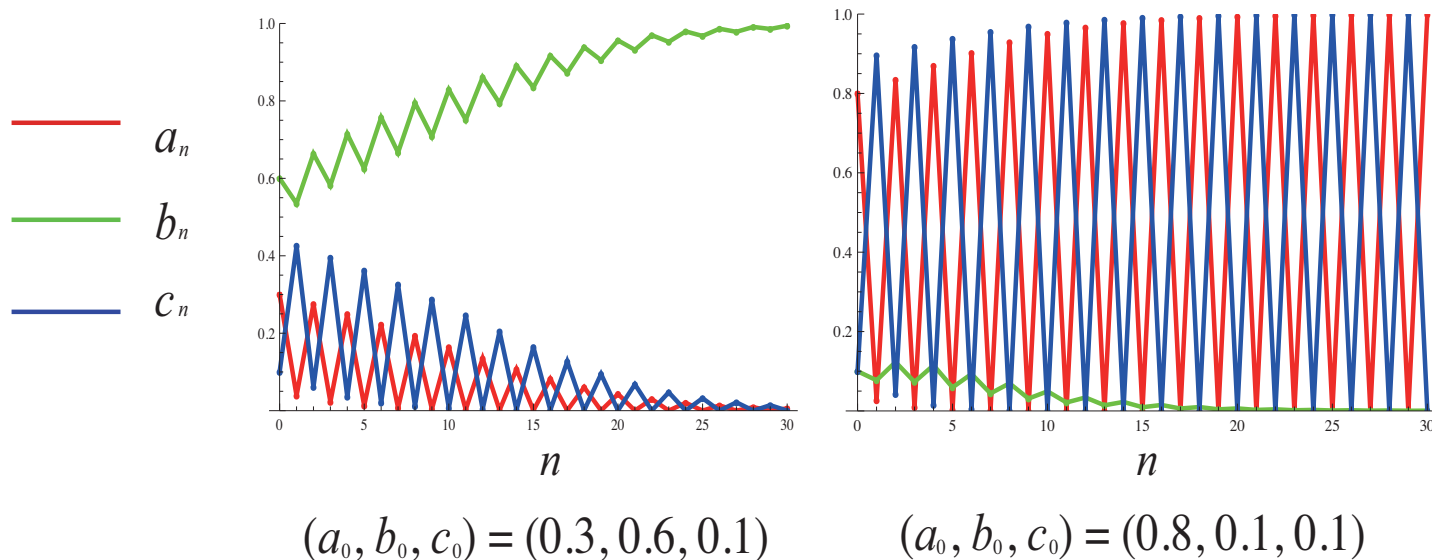
伝達子の変異がない場合 ($\omega = \nu = 0$)

(i) $\alpha > 1/2$ $(a^*, b^*, c^*) = (1, 0, 0)$ に収束

(ii) $\alpha < 1/2$ $(a^*, b^*, c^*) = (0, 0, 1)$ に収束

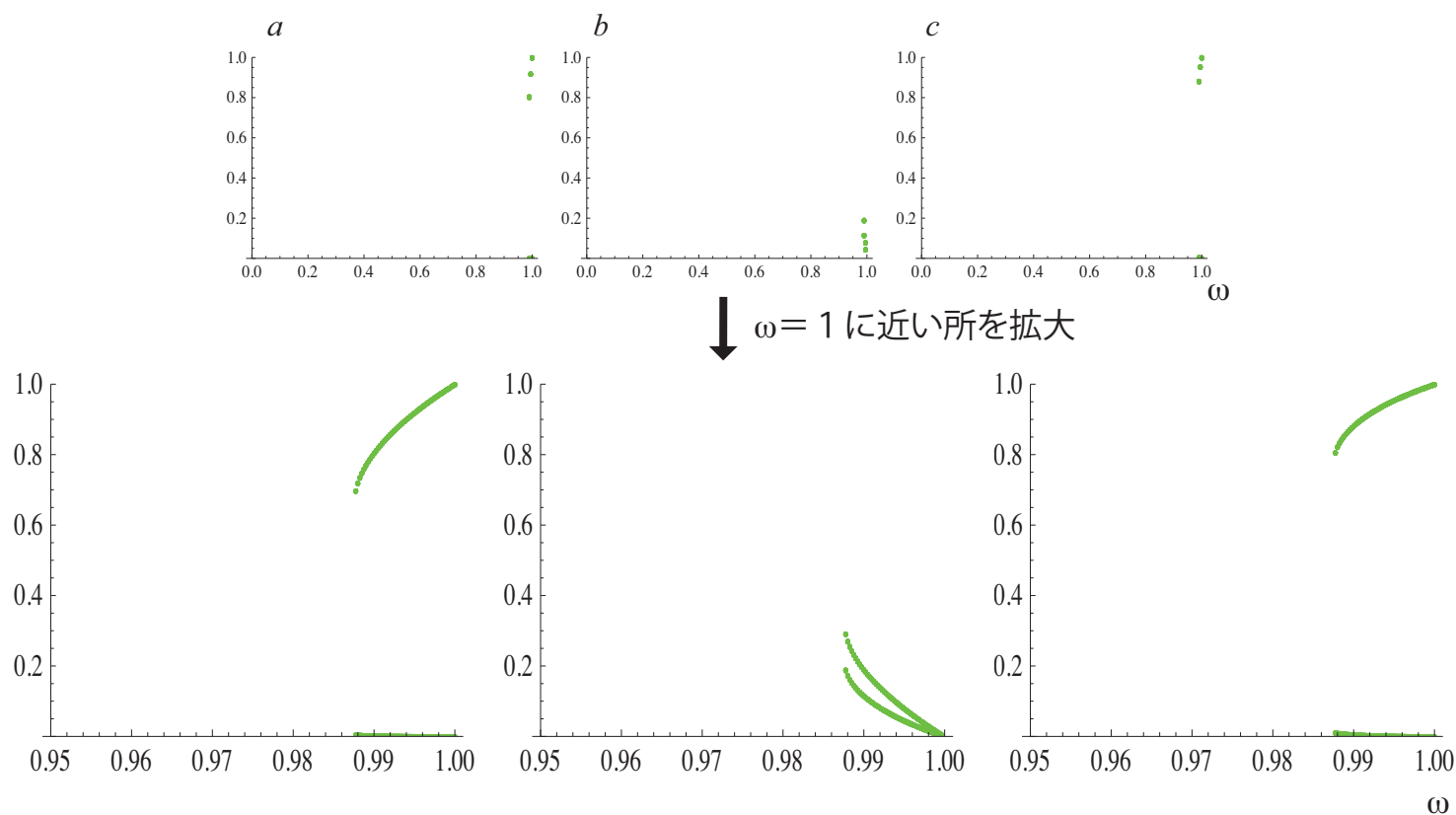


└ 解析結果

 $\omega = \nu, \alpha = \beta = \gamma$ の場合伝達子が必ず変異する場合 ($\omega = \nu = 1$)(i) $(a^*, b^*, c^*) = (0, 1, 0)$ は常に局所安定(ii) 2 周期解 $(1, 0, 0) \rightleftharpoons (0, 0, 1)$ は常に局所安定 $\alpha = 0.8, \delta = 0.6$

└ 解析結果

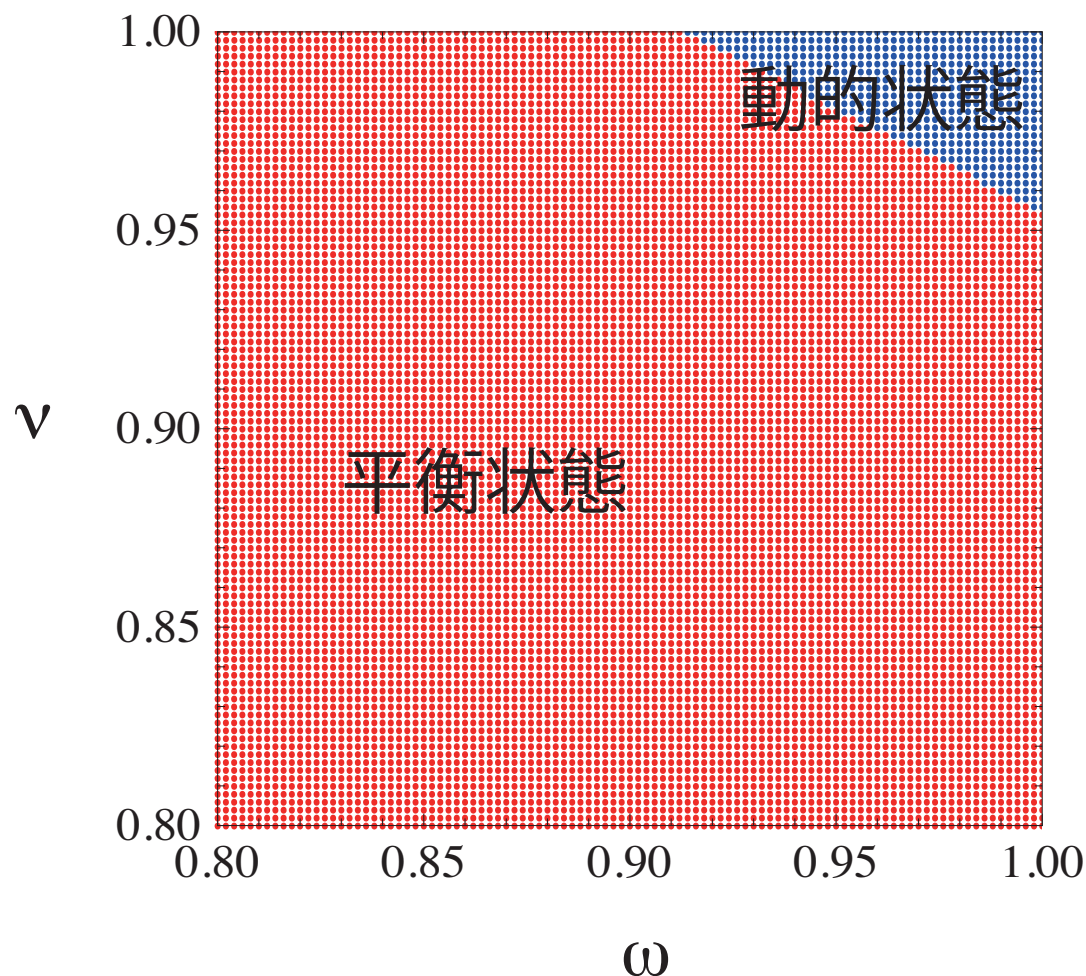
$\omega = \nu$, $\alpha = \beta = \gamma$ の場合



定常状態の ω ($= \nu$) に関する分岐図 . $\alpha = 0.8$, $\delta = 0.6$.

└ 解析結果

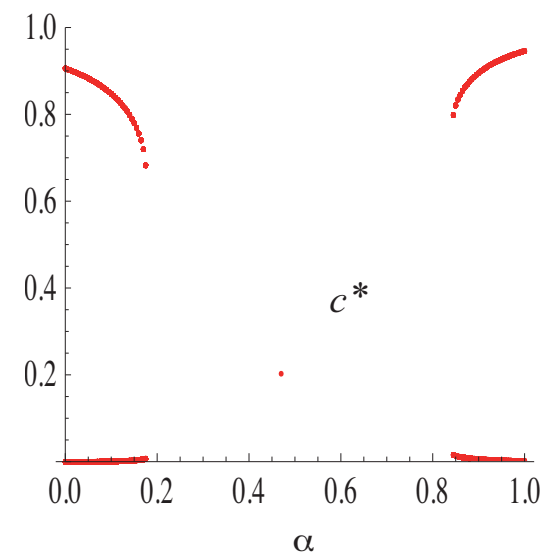
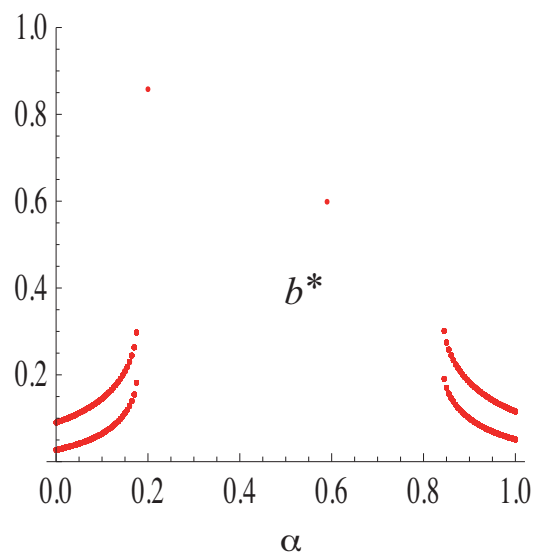
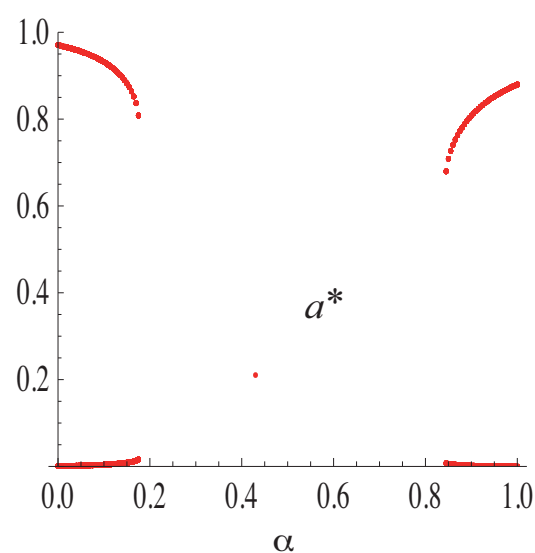
$\alpha = \beta = \gamma$ の場合



定常状態の (ω, ν) -依存性 . $\alpha = 0.1$, $\delta = 0.1$, $(a_0, c_0) = (1.0, 0.0)$.

└ 解析結果

$\alpha = \beta = \gamma$ の場合



定常状態のパラメータ α に関する分岐の数値計算 . $\delta = 0.1$, $\omega = 0.98$, $\nu = 0.99$,
 $(a_0, c_0) = (1.0, 0.0)$.

└ 結 論

- 伝達子の変異が起こり得ないならば，教育投資に対する意識がより低い親に従って教育投資レベルが決まりやすい場合は，社会における教育投資に対する意識分布は，意識が低い親ばかりの状態に陥り，意識がより高い親に従って教育投資レベルが決まりやすい場合は，意識分布は，意識が高い親ばかりの状態に陥る。
- 伝達子の変異が起こり得るならば，変異確率が小さい場合は，社会における教育投資に対する意識分布はある一定の分布に収束し，平衡状態に陥るが，変異確率がかなり大きい場合は，教育投資に対する意識が高い親が多い状態と，意識が低い親が多い状態が繰り返される周期変動状態に漸近する可能性がある。

つまり，親が，自らが子ども時代に受けた教育投資レベルと合致しないような教育投資に対する意識を持ちやすい（社会的）条件下では，社会における親の意識分布には周期的な流行性の変動がみられる可能性が示唆された。また，そのような周期的変動は，意識が低い親に従って子の受ける教育投資のレベルが決まりやすい場合や，意識がより高い親に従って子の受ける教育投資のレベルが決まりやすい場合に起こりやすい。

- 現実では，社会的状況は時代を経るにつれて変化していくので，変異確率も世代に依存して変動するだろう。したがって，変異確率の世代に依存する変動（たとえば，確率的変動）を導入したより発展的な数理モデルを考えることも意味があると考えられる。
- 本研究で検討した数理モデルにおいては，伝達子の変異確率が社会環境・生活環境の影響を反映するパラメータとして与えられているので，異なる地域，国による意識分布の違いを理論的に扱うための数理モデルとして発展させることも期待できる。

数理生物学における数理モデリングの考え方の応用できる生物現象や社会現象の研究は多様です。それぞれの現象において、どのような側面に焦点をあてるかに依存して、そのモデリングの論理的合理性は異なるべきですが、多様な側面からの理論的な研究により、現象のもつ興味深い特性が明らかになることはこのような研究における一般的な目的の一つであり、「喜び」です。

ご清聴ありがとうございます

